**Олимпиада первокурсников ТИУ**

**27 октября 2016 года**

1. Пусть матрица , а – единичная матрица четвертого порядка. При каких значениях матрица имеет обратную?

**Решение:**

Обратимость равносильна неравенству . Находим

.

Следовательно, матрица имеет обратную при

1. На плоскости выбраны 4 точки, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что какие-то 3 точки образуют неостроугольный треугольник.

**Решение:**

Возможны 2 ситуации.

1. Точки образуют выпуклый четырехугольник ABCD. Тогда один из углов, например, – не остроугольный.
2. Точки образуют невыпуклый четырехугольник ABCD, или точка D лежит внутри Тогда один из углов, например, – тупоугольный.

В ответ записать значение выражения

**Решение**:

В результате преобразований получаем, 92. Преобразования можно провести по-разному. Например,

из второго уравнения системы получаем

Подставляя в полученное выражение , получаем, что

Из третьего уравнения системы имеем

или

,

Преобразуем искомое выражение

Ответ: 92

1. При каждом сравнить значения функций и .

**Решение:**

При

.

Следовательно, при всех

Примечание: можно было рассмотреть квадратный трехчлен , показать, что он не имеет корней и, следовательно, при всех значениях выражение принимает положительные значения. Ну а то, что знаменатель всегда положителен очевидно

1. Найти определитель матрицы , если известно, что

.

**Решение:**

По свойствам определителей имеем .

,

Ответ:

***Примечание: как вычисляли определитель должно быть расписано подробно!!!***

1. Найти расстояние от точки А(0, 1) до параболы .

**Решение:**

Возьмем на параболе произвольную точку . Тогда . Расстояние от точки до параболы – наименьшее из возможных расстояний .

Для упрощения расчетов целесообразно искать наименьшее значение квадрата расстояния, т.е. наименьшее значение функции .

Т.к. , то наименьшее значение функции достигается в точках и равно

Соответственно расстояние от точки параболы равно .

***Примечание: те, кто решал с помощью окружности с центром в точке А(0,1) и радиусом, проведенным в точке касания тоже получили 10 баллов.***

1. Найти и изобразить область определения функции

**Решение:**

*или* . Тогда

или , где

y

x

Ответ: темные клетки на рисунке

1. На клавиатуре калькулятора цифровые клавиши расположены так:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 |
| 1 | 2 | 3 |

Доказать, что четырехзначное число, набираемое по ходу часовой стрелки или против нее из цифр, стоящих в углах любого прямоугольника, образованного цифровыми клавишами (например, 7777, 7887, 7964, 8965, 8932 и т.д.) делится на 11.

**Решение:**

Рассматриваемое число .

Получим . Делится на 11.

***Примечание: решение с использованием признака делимости на 11 тоже принималось. НО с аргументами***.