**Олимпиада первокурсников ТИУ**

**27 октября, 2016-10-25**

1. Пусть матрица , а – единичная матрица четвертого порядка. При каких значениях матрица имеет обратную?

**Решение:**

Обратимость равносильна неравенству . Находим

.

Следовательно, матрица имеет обратную при

1. На плоскости выбраны 4 точки, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Докажите, что какие-то 3 точки образуют неостроугольный треугольник.

**Решение:**

Возможны 2 ситуации.

1. Точка D лежит внутри Тогда один из углов, например, - тупоугольный
2. Точки образуют четырехугольник ABCD. Тогда один из углов, например, – не остроугольный.

В ответ записать значение выражения

**Решение**: в результате преобразований получаем, 92.

Ответ: 92

1. При каждом сравнить значения функций и .

**Решение:**

При

.

Следовательно, при всех

1. Найти определитель матрицы , если известно, что

.

**Решение:**

По свойствам определителей имеем .

,

Ответ:

1. Найти расстояние от точки А(0, 1) до параболы .

**Решение:**

Возьмем на параболе произвольную точку . Тогда . Расстояние от точки до параболы – наименьшее из возможных расстояний .

Для упрощения расчетов целесообразно искать наименьшее значение квадрата расстояния, т.е. наименьшее значение функции .

Т.к. , то наименьшее значение функции достигается в точках и равно

Соответственно расстояние от точки параболы равно .

1. Найти и изобразить область определения функции

**Решение:**

*или* . Тогда

1. На клавиатуре калькулятора цифровые клавиши расположены так:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 7 | 8 | 9 |
| 4 | 5 | 6 |
| 1 | 2 | 3 |

Доказать, что четырехзначное число, набираемое по ходу часовой стрелки или против нее из цифр, стоящих в углах любого прямоугольника, образованного цифровыми клавишами (например, 7777, 7887, 7964, 8965, 8932 и т.д.) делится на 11.

**Решение:**

Рассматриваемое число .

Получим . Делится на 11.