

# СТРОИТЕЛЬСТВО ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ НА ДВУХФАЗНЫХ УПРУГИХ ОСНОВАНИЯХ

Е. Р. Трефилина<sup>1</sup>, И. А. Трефилин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Тюменский государственный университет, Тюмень, Россия

<sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, Санкт-Петербург, Россия

## CONSTRUCTION OF BUILDINGS AND STRUCTURES ON TWO-PHASE ELASTIC BASES

Elena R. Trefilina<sup>1</sup>, Ivan A. Trefilin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>University of Tyumen, Tyumen, Russia

<sup>2</sup>Saint Petersburg University, Saint Petersburg, Russia

**Аннотация.** Полученное на базе кинематической модели фундаментальное решение Буссинеска для двухфазного полупространства применено для расчета напряженно-деформированного состояния основания после процесса консолидации. Представлены результаты для двух равномерных нагрузок, распределенных по круглой или прямоугольной площадкам, расстояние между которыми может изменяться. Решение проиллюстрировано графиками, показывающими влияние жидкой фазы на поле напряжений и перемещения твердой фазы.

**Ключевые слова:** двухфазный, основание, грунт, модель, консолидация, напряженно-деформированное состояние

**Abstract.** The fundamental Boussinesq solution for a two-phase half-space obtained based on a kinematic model is used to calculate the stress-strain state of the base after the consolidation process. The results are presented for two uniform loads distributed over a circular or rectangular platform, the distance between which can vary. The solution is illustrated by graphs showing the effect of the liquid phase on the stress field and the displacement of the solid phase.

**Key words:** two-phase, base, ground, model, consolidation, stress-strain state

### Введение

К слабым грунтам следует относить легко деформирующиеся, сильно сжимаемые грунты с низкой несущей способностью, требующие при осуществлении на них строительных работ проведения специальных инженерных мероприятий

по усилению конструкций зданий, понижающих их чувствительность к неравномерным просадкам грунта, увеличению несущей способности грунтов. К естественным слабым грунтам следует относить грунты, соответствующие субаквальным отложениям различного происхождения,

а именно: торфяно-болотные отложения (торф, заторфованные грунты); озерно-морские отложения (илы, солончаки и др.); аллювиально-делювиальные отложения (недоплетенные водонасыщенные глины с остатками растительности, засоленные грунты). К слабым грунтам антропогенного происхождения относят различные намывные и насыпные грунты, грунты культурного слоя [1].

Югу Тюменской области присущи слабые грунты, которые значительно распространены по ее территории. Наиболее характерными слабыми грунтами являются торфы и различные заторфованные грунты, также стоит отметить сапропели озерного и речного (старичного) происхождения, солончаки и солонцы, свойственные юго-востоку региона.

В соответствии с картой четвертичных отложений [2] и ландшафтной картой юга Тюменской об-

ласти построена карта-схема распространения слабых грунтов на территории области (рис. 1).

Согласно полученным данным, слабые грунты распространены повсеместно, в особенности в северных районах области (Уватском, Тобольском, Вагайском), что связано с их заболоченностью. Также характерными территориями распространения слабых грунтов являются поймы крупных рек, таких как Тура, Тобол, Иртыш, Ишим. Это связано со значительными размерами пойм этих рек и большим количеством старичных озер. Так, например, центральная часть Ялуторовского и Ярковского районов расположена в пойме Тобола, что затрудняет не только строительство, но и ведение любой хозяйственной деятельности. Изучение взаимодействия грунта с трубопроводом, дорогой или фундаментом является актуальным, представляет как практический, так и теоретический интерес.

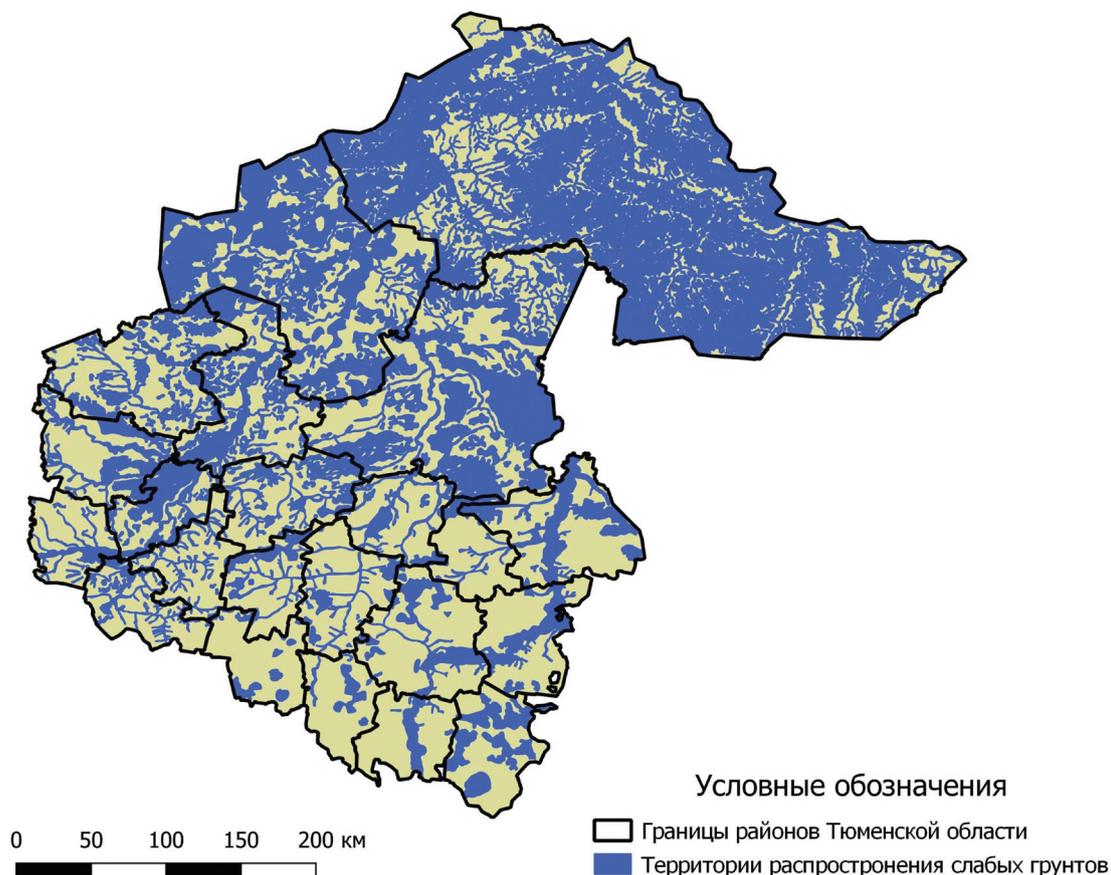


Рис. 1. Карта-схема распространения слабых грунтов на юге Тюменской области

Основной несущей фазой двухфазного грунта является твердая фаза. Под несущей способностью жидкой фазы понимается восприятие части внешней нагрузки при стабилизированном во времени состоянии. Натурные и лабораторные исследования напряженно-деформированного состояния и консолидации обводненных оснований [3–6] показали, что при удалении от дневной поверхности на метр и более поровая жидкость принимает на себя часть нагрузки. Остаточные давления в жидкости достигают до 50 % от общего напряжения, вызванного нагрузкой, равномерно распределенной на дневной поверхности. Процесс фильтрационной консолидации, начиная с некоторого времени, практически отсутствует. Математическое описание остаточного порового давления в жидкой фазе впервые было сделано профессором Л. Е. Мальцевым для одномерного случая. Обобщение на случай трех измерений и дальнейшее развитие кинематической модели привели к тому, что математический аппарат, используемый в теории упругости, с соответствующими двухфазной среде модификациями можно применить при расчете упругого двухфазного полупространства, полуплоскости и т. д. В статье выполнен расчет основания по кинематической модели, описанной в монографии [7], представлен анализ остаточного давления в жидкой фазе и его влияния на работу грунта.

В механике грунтов известна задача Буссинеска о действии сосредоточенной силы  $F$  на упругое полупространство, решение которой обобщим на двухфазный грунт. Нормальные напряжения раскладываем на сумму напряжений в твердой (индекс  $s$ ) и жидкой (индекс  $l$ ) фазах, касательные напряжения в поровой жидкости считаются равными нулю. Приведем уравнения равновесия (1) и Сен-Венана (2) в сферических координатах для определения напряжений [8]:

$$\frac{\partial(\sigma_{sR} - \sigma_{lR})}{\partial R} + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{1}{R} \frac{\partial \tau_{\varphi R}}{\partial \varphi} + \frac{1}{R} \frac{\partial \tau_{R\theta}}{\partial \theta} + \frac{2(\sigma_{sR} - \sigma_{lR}) - (\sigma_{s\varphi} - \sigma_{l\varphi}) - (\sigma_{s\theta} - \sigma_{l\theta}) + \tau_{R\theta} \operatorname{ctg} \theta}{R} = 0,$$

$$\frac{\partial \tau_{R\varphi}}{\partial R} + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{1}{R} \frac{\partial(\sigma_{s\varphi} - \sigma_{l\varphi})}{\partial \varphi} + \frac{1}{R} \frac{\partial \tau_{\varphi\theta}}{\partial \theta} + \frac{3\tau_{R\varphi} + 2\tau_{\varphi\theta} \operatorname{ctg} \theta}{R} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tau_{R\theta}}{\partial R} + \frac{1}{R \sin \theta} \frac{1}{R} \frac{\partial \tau_{\theta\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{1}{R} \frac{\partial(\sigma_{s\theta} - \sigma_{l\theta})}{\partial \theta} + \frac{(\sigma_{s\theta} - \sigma_{l\theta}) - (\sigma_{s\varphi} - \sigma_{l\varphi}) \operatorname{ctg} \theta + 3\tau_{R\theta}}{R} = 0,$$

$$\nabla^2(\sigma_{sR} - \sigma_{lR} + (\sigma_{s\theta} - \sigma_{l\theta}) + (\sigma_{s\varphi} - \sigma_{l\varphi})) = 0, \quad (2)$$

$$(\sigma_{s\theta} - \sigma_{l\theta}) = -(\sigma_{s\varphi} - \sigma_{l\varphi}), \quad \tau_{\theta\varphi} = 0, \quad \tau_{R\theta} = 0.$$

Граничные условия зададим на полусферах:  $S_1$  малого ( $\rho$ ) и  $S_2$  большого ( $L$ ) радиусов. По поверхности  $S_1$  зададим радиальными напряжениями  $\sigma_{sR}$  внешнюю нагрузку  $F$ , на  $S_2$  – перемещения  $u_{sR}$  равными нулю:

$$\sigma_{sR} \Big|_{S_1} = -\frac{3F \cos \theta}{2\pi\rho^2}, \quad u_{sR} \Big|_{S_2} = 0.$$

Квазиодномерное напряженное состояние позволяет применить к решению Буссинеска разложение на две фазы:

$$\sigma_R = \sigma_{sR} - \sigma_{lR},$$

отвечающее одномерной кинематической модели в упругом варианте, то есть

$$\sigma_{sR} - \sigma_{lR} = -\frac{3F}{2\pi} \cdot \frac{\cos \theta}{R^2}. \quad (3)$$

Знак «минус» в уравнении статического равновесия (3) показывает, что положительными считаются растягивающие напряжения в скелете и сжимающие в поровой жидкости.

Кроме того, для описания стабилизированного состояния грунта используем геометрические уравнения Коши, закон Гука:

$$\varepsilon_{sR} = \frac{\partial u_{sR}}{\partial R}, \quad \varepsilon_{lR} = \frac{\partial u_{lR}}{\partial R};$$

$$\varepsilon_{sR} = \frac{1}{E_{sR}} \cdot \sigma_{sR} \text{ или } \sigma_{sR} = E_s \cdot \frac{\partial u_{sR}}{\partial R}, (4)$$

уравнение взаимодействия твердой и жидкой фаз (предложенное Л. Е. Мальцевым):

$$\varepsilon_{sR} = -\aleph \varepsilon_{lR}. (5)$$

Знак «минус» в уравнении используется потому, что относительная радиальная деформация  $\varepsilon_{sR}$  является отрицательной (сжатие), в то время как относительная деформация  $\varepsilon_{lR}$ , наоборот, является положительной, так как перемещения  $u_{lR}$  частиц воды от зоны повышенного давления к зоне нулевого давления (на полусфере малого радиуса) приводят к увеличению длины столбика жидкости, выделенного вдоль радиуса  $R$ .

Для жидкой фазы запишем физический постулат (предложенный Л. Е. Мальцевым):

$$\varepsilon_{lR} = \frac{h}{E_{lR}} \cdot \frac{\partial \sigma_{lR}}{\partial R}. (6)$$

Физическое уравнение описывает поведение поровой воды в двухфазном основании: перемещения ее частиц  $u_{lR}$  весьма малы ( $|\varepsilon_{lR}| < 0,01$ ), и поровая жидкость является практически неподвижной. Особенность уравнения заключается в том, что относительная деформация  $\varepsilon_{lR}$  вызывается перепадом напряжения, а не самим напряжением, как в твердой фазе.

Механические  $E_s$  (МПа),  $E_l$  (МПа) и геометрические  $h(m)$ ,  $\aleph$  параметры модели определяются из эксперимента [9].

Запишем уравнение (3) через перемещение с использованием уравнений кинематической модели. Получим дифференциальное уравнение для перемещений частицы скелета  $u_{sR}$ :

$$\frac{\partial u_{sR}}{\partial R} + a^2 u_{sR} = -\frac{3F \cdot \cos \theta}{2\pi E_s} \cdot \frac{1}{R^2} - a^2 c(\theta),$$

$$a^2 = \frac{E_l}{E_s \cdot \aleph \cdot h} \left( \frac{1}{m} \right).$$

Из формулы видно, что все параметры модели входят в положительный параметр  $a^2$  (1/м).

В работе [9] приведены вывод и решение этого уравнения. Окончательные расчетные формулы имеют вид:

$$u_{sR} = \frac{3F \cos \theta}{2\pi E_s} \cdot \left( \begin{array}{l} e^{-a^2 L} \cdot \int \frac{L e^{a^2 R}}{\rho R^2} dR - \\ - e^{-a^2 R} \cdot \int \frac{R e^{a^2 R}}{\rho R^2} dR \end{array} \right),$$

$$\rho \leq R \leq L,$$

$$\sigma_{lR} = \frac{3F \cos \theta}{2\pi} \cdot a^2 \cdot$$

$$e^{-a^2 R} \cdot \int \frac{R e^{a^2 R}}{\rho R^2} dR,$$

$$\sigma_{sR} = -\frac{3F \cos \theta}{2\pi} \cdot$$

$$\left( \frac{1}{R^2} - a^2 \cdot e^{-a^2 R} \cdot \int \frac{R e^{a^2 R}}{\rho R^2} dR \right).$$

Переход от сферических координат к цилиндрическим координатам  $(\theta, r, z)$  проведен известным способом [8]. В результате получены формулы для напряжений в скелете и поровой жидкости. Приведем некоторые из них:

$$\sigma_{sz} = -\frac{3F}{2\pi} \cdot$$

$$\left( \frac{1}{R^2} - a^2 \cdot e^{-a^2 R} \cdot \int \frac{R e^{a^2 R}}{\rho R^2} dR \right) \cdot \left( \frac{z}{R} \right)^3,$$

$$\sigma_{lz} = \frac{3F}{2\pi} \left( \frac{z}{R} \right)^3 \cdot a^2 \cdot$$

$$e^{-a^2 R} \cdot \int \frac{R e^{a^2 R}}{\rho R^2} dR. (7)$$

Подставив уравнения Коши, закон Гука и уравнение взаимодействия жидкой и твердой фаз, получим формулы для перемещений:

$$u_s = \frac{F(1+\nu)}{2\pi E_s} \left( \frac{1}{R^2} - a^2 e^{-a^2 R} \int_{\rho}^R \frac{e^{a^2 R}}{R^2} dR \right) \cdot \left( \frac{zr}{R} - \frac{(1-2\nu)Rr}{R+z} \right), \quad (8)$$

$$w_s \approx \frac{F}{2\pi E_s} \left( \frac{2(1-\nu^2)}{R} + \frac{z^2(1+\nu)}{R^3} - a^2 \left( \frac{3+\nu(1-2\nu)}{2} \ln \frac{R^2}{L^2} + \frac{3(1+\nu)}{2} \frac{R^2 - z^2}{R^2} \right) \right), \quad (9)$$

$$u_l = -\frac{F(1+\nu)}{2\pi E_s \mathfrak{N}_x} \left( \frac{1}{R^2} - a^2 e^{-a^2 R} \int_{\rho}^R \frac{e^{a^2 R}}{R^2} dR \right) \cdot \left( \frac{zr}{R} - \frac{(1-2\nu)Rr}{R+z} \right), \quad (10)$$

$$w_l \approx -\frac{F}{2\pi E_s \mathfrak{N}_z} \left( \frac{2(1-\nu^2)}{R} + \frac{z^2(1+\nu)}{R^3} - a^2 \left( \frac{3+\nu(1-2\nu)}{2} \ln \frac{R^2}{L^2} + \frac{3(1+\nu)}{2} \frac{R^2 - z^2}{R^2} \right) \right)$$

Далее, используя уравнения (7)–(10), исследуем напряжения и перемещения основания под влиянием нагрузки, равномерно распределенной по прямоугольной дневной площадке основания (рис. 2).

Рассмотрим элементарную площадку с размерами  $d\xi$ ,  $d\eta$ . Нагрузка, действующая на нее, равна  $dF = qd\xi d\eta$ . Для определения полной нагрузки проинтегрируем сначала по  $\xi$  в пределах  $-l$  до  $l$ , а затем по  $\eta$  в пределах от  $-b$  до  $b$ . Переменная величина  $R$  определяется по формуле:

$$R = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2}.$$

Приведем для примера выражение горизонтальных перемещений:

$$u_s = \frac{F(1+\nu)}{2\pi E_s} \int_{-b-l}^b \int_{-l}^l \left( \frac{1}{R^2} - a^2 e^{-a^2 R} \int_{\rho}^R \frac{e^{a^2 R}}{R^2} dR \right) \cdot \left( \frac{zr}{R} - \frac{(1-2\nu)Rr}{R+z} \right) d\xi d\eta.$$

На рис. 3 представлены графики перемещений при разных значениях координаты  $z$  и значения  $a^2 = 0,1$ .

Анализ графиков показывает, что вертикальные перемещения скелета грунта на оси симметрии ( $z = 2$  м) меньше на 30 %, горизонтальные перемещения – меньше на 40 %. Это объясняется разгружающим влиянием поровой воды.

Изменение напряжений (в долях от нагрузки  $q$ ) представлено на рис. 4.

На глубине  $z = 5$  м напряжение  $\sigma_{lz}$  составляет половину от суммарного напряжения  $\sigma_z$ , найденного без учета влияния жидкой фазы. При  $z = 3$  м наибольшее значение  $\sigma_{lz}$  составляет 30 % от суммарного напряжения.

Рассмотрим нагрузку, равномерно распределенную по кругу  $R = l$ .

На элементарной площадке площадью  $\rho d\varphi d\rho$  действует нагрузка  $dF = q\rho d\varphi d\rho$ . Интегрируя по переменной  $\varphi$  в пределах 0 до  $2\pi$  и по  $\rho$  в пределах от 0 до  $l$ , получим полную нагрузку, действующую в пределах круга. Запишем радиус  $R$ :

$$R = \sqrt{\rho^2 + b^2 + z^2 - 2b\rho \cos \varphi}.$$

На рис. 5 изображены изменения напряжений в твердой фазе  $\sigma_{sz}$  и суммарные напряжения  $\sigma_z$  для некоторых видов загрузки:  $a^2 = 0,04$  (1/м).

Из графиков следует, что при загрузке дневной поверхности по кругу напряжения в скелете  $\sigma_{sz}$  затухают быстрее, чем при загрузке по прямоугольной площадке. На графике в показано изменение напряжений для случая квадратной площадки и сильно вытянутой с соотношением сторон 1:10, то есть практически решена задача Фламана с позиции пространственной задачи. Скорость затухания напряжения выше при решении пространственной задачи.

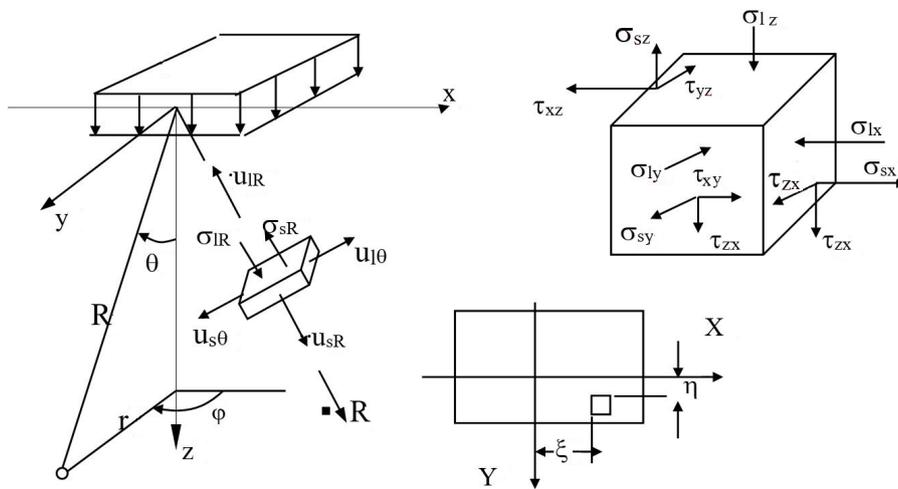


Рис. 2. Напряженно-деформированное состояние двухфазного полупространства

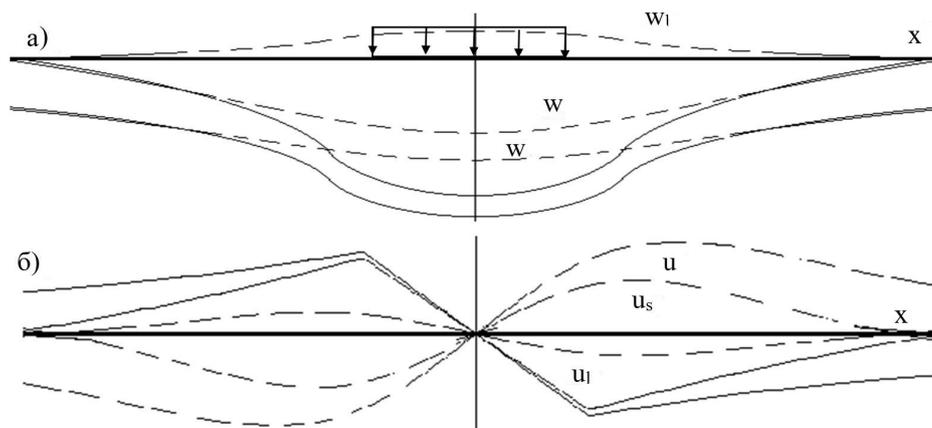


Рис. 3. Графики перемещений вертикальных (а) и горизонтальных (б) при  $z=0$  (—) и  $z=2$  (---) по известному решению ( $u, w$ ) и по предлагаемому разложению ( $u_s, u_l$ ), ( $w_s, w_l$ )

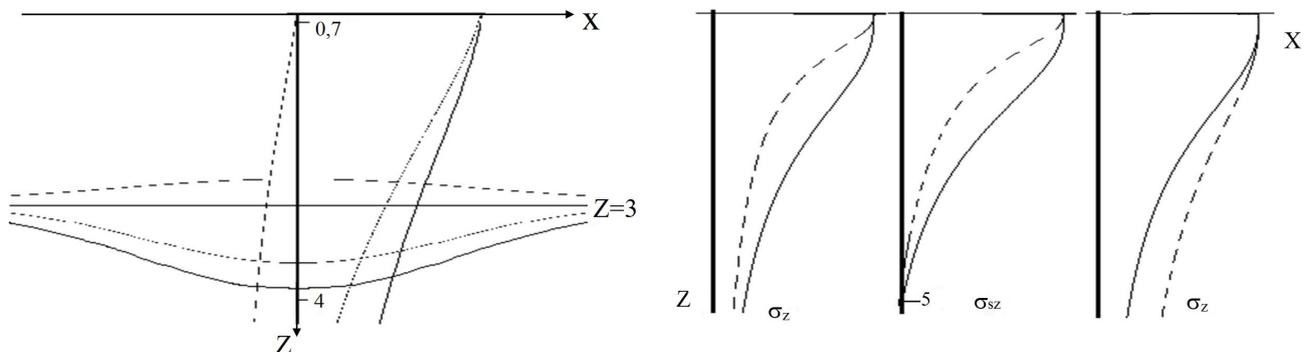


Рис. 5. Графики вертикальных напряжений по глубине для нагрузки, распределенной: по круглой (---) (а) и прямоугольной (—) (б) площадкам с равной площадью; по прямоугольной площадке (в). Соотношение сторон 1:1 (—) и 1:10 (---)

Рис. 4. Напряжения  $\sigma_z$  (—)  $\sigma_{s,z}$ ,  $\sigma_{l,z}$  на глубине  $z=3$  м

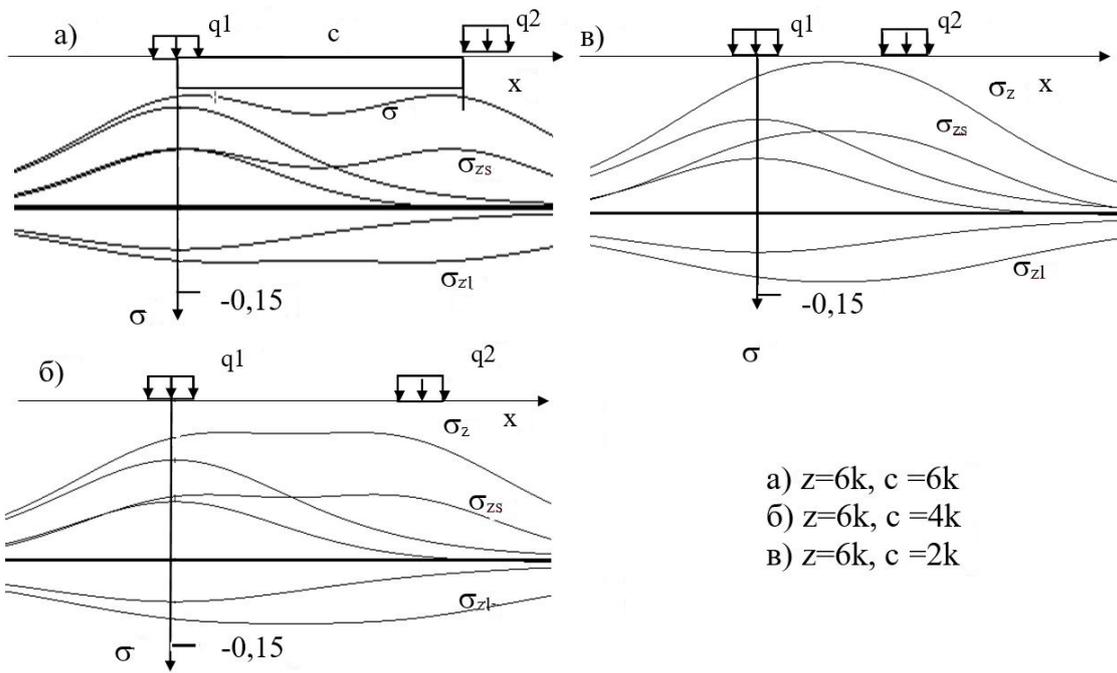


Рис. 6. Напряжения от расположения объектов: в скелете  $\sigma_{zs}$  (а), в жидкой фазе  $\sigma_{zl}$  (б), по Буссинеску  $\sigma_z$  (в)

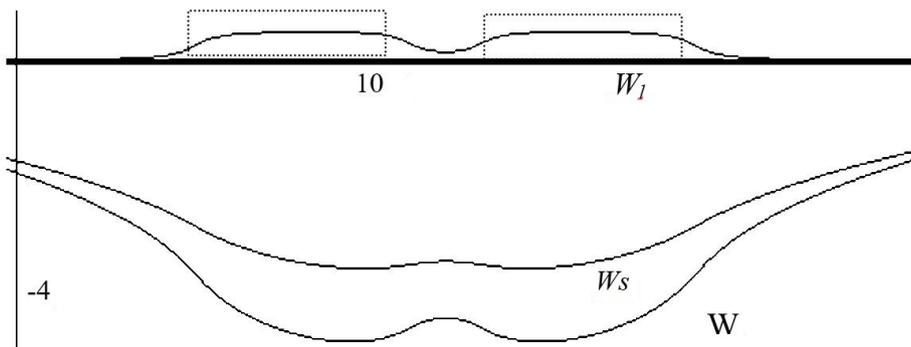


Рис. 7. Вертикальные перемещения точек в сечении  $z = 0,5$  м

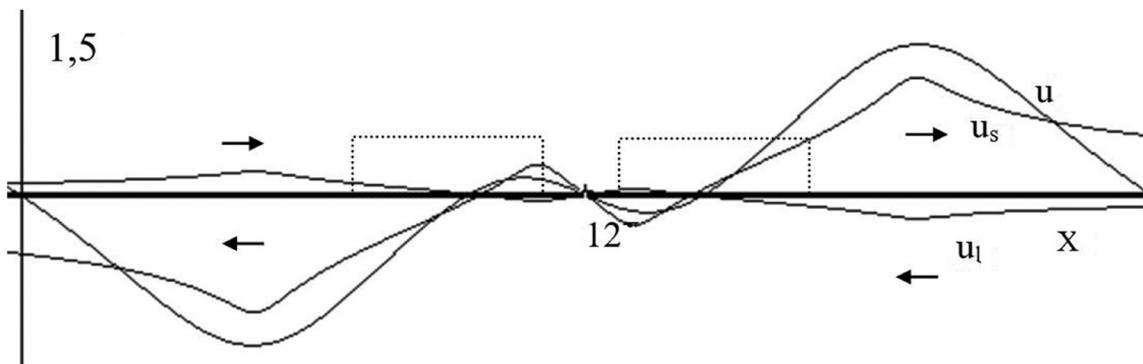


Рис. 8. Горизонтальные перемещения точек в сечении  $z = 0,5$  м

Разгружающий вклад жидкой фазы заключается в следующем: на глубине  $z = 5$  м напряжение  $\sigma_{iz}$  составляет половину от суммарного напряжения  $\sigma_z$ , найденного без учета влияния жидкой фазы. Вертикальные перемещения скелета грунта уменьшились на 30 %, горизонтальные – на 40 %.

При строительстве объектов важно учитывать их влияние на другие объекты. Авторами проанализировано взаимовлияние двух объектов в двумерном и трехмерном случаях. Согласно принципу суперпозиции, нагрузку  $q$  представим в виде суммы  $q_1$  и  $q_2$ .

В случае пространственной задачи приведем графики нормальных вертикальных напряжений при данных:  $q_1 = q_2 = 1$ ,  $\alpha^2 = 0,004$  (1/м) (рис. 6).

Введем некоторый коэффициент пропорциональности  $k$  и сравним напряжения на краю первого объекта при  $z = bk$ . При расстоянии между объектами  $c = 6k$   $\sigma_{sz} = 0,1$ ,  $\sigma_{iz} = -0,1$ ; при  $c = 4k$   $\sigma_{sz} = 0,12$ ,  $\sigma_{iz} = -0,11$ ; при  $c = 2k$   $\sigma_{sz} = 0,15$ ,  $\sigma_{iz} = -0,13$ .

Видно, что два объекта действуют как один при расстояниях  $c$  между объектами: для жидкой фазы –  $c = 4k$ , для твердой –  $c = 2k$ . Влияние двух объектов на напряженное состояние грунтового основания, проявляющееся в вертикальных напряжениях в поровой воде, значительно при

больших расстояниях между объектами. Стоит отметить, что качественные расхождения с однофазовой моделью получены при определении осадок частиц скелета грунта, это связано с тем, что отличие напряжений в скелете грунта, найденных в рамках новой модели, и напряжений грунта, найденных по классической упругой модели, получается 50 % ( $z = bk$ ).

Графики перемещений от действия двух объектов представлены на рис. 7, 8.

### Выводы

Сравнивая новое решение с решением по классической модели (задача Фламана), можно констатировать снижение осадок скелета с учетом несущей способности жидкой фазы примерно на 25 %.

Анализируя график горизонтальных перемещений точек, можно сделать вывод: твердые частицы перемещаются от загруженных участков, а частицы жидкой фазы, наоборот, к загруженным участкам, где поровое давление принято за ноль.

Полученные аналитические решения удовлетворительно описывают экспериментальные данные и не противоречат теоретическим исследованиям других авторов [10–15].

### Библиографический список

1. Рубинштейн, А. Я. Инженерно-геологические изыскания для строительства на слабых грунтах / А. Я. Рубинштейн, Ф. С. Канаев. – Москва : Стройиздат, 1984. – 108 с. – Текст : непосредственный.
2. Новая карта четвертичных отложений масштаба 1:2 500 000 территории Российской Федерации / А. С. Застрожных, В. К. Шкатова, Е. А. Минина [и др.]. – Текст : непосредственный // Материалы VII Всероссийского совещания по изучению четвертичного периода. – Апатиты, 2011. – Т. 1. – С. 209–211.
3. Экспериментальное исследование нагруженного основания из водонасыщенного армированного суглинка / В. Ф. Бай, А. В. Набоков, В. В. Воронцов, А. Н. Краев. – Текст : непосредственный // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2008. – № 1. – С. 102–104.
4. Воронцов, В. В. Результаты лабораторных испытаний макрообразца водонасыщенного торфа с имитацией удаления от дневной поверхности / В. В. Воронцов, В. П. Овчинников, А. В. Куликов. – Текст : непосредственный // Научно-технический вестник Поволжья. – 2014. – № 5. – С. 150–154.
5. Твердохлеб, С. А. Результаты лабораторного исследования консолидации слабого водонасыщенного глинистого макрообразца, удаленного от дневной поверхности / С. А. Твердохлеб, В. В. Воронцов. – Текст : непосредственный // Актуальные проблемы архитектуры, строительства, экологии и энергосбережения в условиях Западной Сибири : материалы Международной научно-практической конференции. – Тюмень, 2015. – С. 64–72.

6. Экспериментальные исследования работы слабого глинистого основания, армированного геотекстильным материалом под действием полосовой нагрузки / В. В. Воронцов, В. М. Чикишев, Ю. В. Огороднова, А. С. Липихин. – Текст : непосредственный // Научно-технический вестник Поволжья. – 2014. – № 3. – С. 88–93.
7. Мальцева, Т. В. Математическая теория водонасыщенного грунта / Т. В. Мальцева. – Тюмень : Вектор бук, 2012. – 240 с. – Текст : непосредственный.
8. Безухов, Н. И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н. И. Безухов. – Москва : Высшая школа, 1968. – 512 с. – Текст : непосредственный.
9. Мальцев, Л. Е. Кинематическая модель грунта и биоматериалов / Л. Е. Мальцев, В. Ф. Бай, Т. В. Мальцева. – Санкт-Петербург : Стройиздат, 2002. – 336 с. – Текст : непосредственный.
10. Мальцева, Т. В. Исследование воздействия криволинейного участка трубопровода на водонасыщенное основание / Т. В. Мальцева, С. М. Дорофеев, Т. В. Салтанова. – Текст : непосредственный // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2012. – № 1. – С. 59–63.
11. Теоретические предпосылки расчета песчаных армированных массивов в слабых глинистых грунтах / В. Ф. Бай, Т. В. Мальцева, А. В. Набоков [и др.]. – Текст : непосредственный // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2011. – № 1. – С. 102–106.
12. Расчет деформированного состояния вязкоупругого водонасыщенного основания / Т. В. Мальцева, А. В. Набоков, В. В. Воронцов [и др.]. – Текст : непосредственный // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. – 2010. – № 4. – С. 94–99.
13. Мальцева, Т. В. Моделирование двухфазного тела с учетом несущей способности жидкой фазы / Т. В. Мальцева, Е. Р. Трефилина. – Текст : непосредственный // Математическое моделирование. – 2004. – Т. 16. – № 11. – С. 47–57.
14. Определение перемещений армирующего элемента песчаного цилиндра / Л. Е. Мальцев, Т. В. Мальцева, А. В. Минаева, А. В. Набоков. – Текст : непосредственный // Научно-технический вестник Поволжья. – 2012. – № 2. – С. 234–238.
15. Мальцева, Т. В. Применение песчаных армированных свай при строительстве малоэтажных зданий / Т. В. Мальцева, А. В. Набоков, А. В. Черных – Текст : непосредственный // Вестник Тюменского государственного архитектурно-строительного университета. – 2015. – № 2. – С. 34–39.

### **References**

1. Rubinshtejn, A. Ya., & Kanaev, F. S. (1984). Inzhenerno-geologicheskie izyskaniya dlya stroitel'stva na slabyx gruntakh. Moscow, Sroyizdat Publ., 108 p. (In Russian).
2. Zastrozhnov, A. S., Shkatova, V. K., Minina, E. A., Tarnogradsky, V. D., Krutkina, O. N., Krasotkin, S. I., & Gusev, E. A. (2011). New quaternary map of Russia in the scale 1:2 500 000. Materialy VII Vserossiyskogo soveshchaniya po izucheniyu chetvertichnogo perioda, September 12-17. Apatity, pp. 209-211. (In Russian).
3. Bai, V. F., Nabokov, A. V., Vorontsov, V. V., & Kraev, A. N. (2008). Experimental study of the stressed foundation from the water saturated reinforced loamy soil. Oil and Gas Studies, (1), pp. 102-104. (In Russian).
4. Voroncov, V. V., Ovchinnikov, V. P., & Kulikov, A. V. (2014). Laboratory study results macro-sample of water saturated peat with simulated remote from day surface. Scientific and Technical Volga region Bulletin, (5), pp. 150-154. (In Russian).
5. Tverdokhleby, S. A., & Voroncov, V. V. (2015). Rezul'taty laboratornogo issledovaniya konsolidatsii slabogo vodonasyshchennogo glinistogo makroobraztza udalennogo ot dnevnoy poverkhnosti. Aktual'nye problemy arkhitektury, stroitel'stva, ekologii i energosberezheniya v usloviyakh Zapadnoy Sibiri: materialy Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii, April 23. Tyumen, Tyumen State University of Architecture and Civil Engineering Publ., pp. 64-72. (In Russian).

- 
6. Vorontsov, V. V., Chikishev, V. M., Ogorodnova, J. V., & Lipikhin, A. S. (2014). Experimental studies for weak clayey soil reinforced with geotextile materials under strip loading. *Scientific and Technical Volga region Bulletin*, (3), pp. 88-93. (In Russian).
  7. Maltseva, T. V. (2012). *Matematicheskaya teoriya vodonasyshchennogo grunta*. Tyumen, Vektor buk Publ., 240 p. (In Russian).
  8. Bezukhov, N. I. (1968). *Osnovy teorii uprugosti, plastichnosti i polzuchesti*. Moskow, Vysshaya Shkola Publ., 512 p. (In Russian).
  9. Maltsev, L. Ye., Bai, V. F., & Maltseva, T. V. (2002). *Kinematicheskaya model' grunta i biomaterialov*. St. Petersburg, Stroyizdat SPb. Publ., 336 p. (In Russian).
  10. Maltseva, T. V., Dorofeev, S. M., & Saltanova, T. V. (2012). Study of the pipeline curved section impact on the water saturated foundation. *Oil and Gas Studies*, (1), pp. 59-63. (In Russian).
  11. Bai, V. F., Maltseva, T. V., Nabokov, A. V., Vorontsov, V. V., & Minaeva, A. V. (2011). Teoreticheskie predposylki rascheta peschanykh armirovannykh massivov v slabyykh glinistykh gruntakh. *Oil and Gas Studies*, (1), pp. 102-106. (In Russian).
  12. Maltseva, T. V., Nabokov, A. V., Vorontsov, V. V., Kryzhanivska, T. V., & Minaeva, A. V. (2010). Raschet deformirovannogo sostoyaniya vyazkouprugogo vodonasyshchennogo osnovaniya. *Oil and Gas Studies*, (4), pp. 94-99. (In Russian).
  13. Maltseva, T. V., & Trefilina, E. R. (2004). Modeling of the two-phase body with account of carrying abilities of the fluid phase. *Mathematical Models and Computer Simulations*, 16(11), pp. 47-57. (In Russian).
  14. Maltsev, L. E., Maltseva, T. V., Minayeva, A. V., & Nabokov, A. V. (2012). Definition of displacement reinforcing element sandy cylinder. *Scientific and Technical Volga region Bulletin*, (2), pp. 234-238. (In Russian).
  15. Maltseva, T. V., Nabokov, A. V., & Chernykh, A. V. (2015). Reinforced sand piles for low-rise buildings. *Vestnik Tyumenskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta*, (2), pp. 34-39. (In Russian).

#### **Сведения об авторах**

Трефилина Елена Рудольфовна, к. ф.-м. н., доцент кафедры программной и системной инженерии, Тюменский государственный университет, e-mail: e.r.trefilina@utmn.ru

Трефилин Иван Андреевич, магистрант кафедры картографии и геоинформатики Санкт-Петербургского государственного университета, e-mail: ivan.trefilin@yandex.ru

#### **Information about the authors**

Elena R. Trefilina, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor at the Department of Software and System Engineering, University of Tyumen, e-mail: e.r.trefilina@utmn.ru

Ivan A. Trefilin, Master's student at the Department of Cartography and Geoinformatics, Saint Petersburg University, e-mail: ivan.trefilin@yandex.ru

**Для цитирования:** Трефилина, Е. Р. Строительство зданий и сооружений на двухфазных упругих основаниях / Е. Р. Трефилина, И. А. Трефилин. – Текст : непосредственный // Архитектура, строительство, транспорт. – 2021. – № 1. – С. 20–29.

**For citation:** Trefilina, E. R., & Trefilin, I. A. (2021). Construction of buildings and structures on two-phase elastic bases. *Arkhitektura, stroitel'stvo, transport* [Architecture, construction, transport], (1), pp. 20-29. (In Russian).