УДК 656.02

2.9.5 Эксплуатация автомобильного транспорта (технические науки)

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ПОИСКА КРАТЧАЙШЕГО ПУТИ В ГРАФЕ

Е. А. Близнякова[1], А. А. Куликов[2], А. В. Куликов[1]
[1] Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия
[2] Лицей № 5 имени Ю. А. Гагарина, Волгоград, Россия

COMPARATIVE ANALYSIS OF METHODS FOR FINDING THE SHORTEST DISTANCE IN A GRAPH

Elena A. Bliznyakova[1], Andrey A. Kulikov[2], Alexey V. Kulikov[1]
[1] Volgograd State Technical University, Volgograd, Russia
[2] Lyceum No. 5 named after Yu. A. Gagarin, Volgograd, Russia

Аннотация. В настоящее время существует высокая потребность в определении кратчайших расстояний для формирования маршрутов перевозок грузов и пассажиров. Одним из самых действенных способов определения маршрутов минимальной длины являются методы поиска кратчайших расстояний в графе. В статье рассмотрены алгоритмы поиска кратчайших расстояний, а также другие методы, основанные на принципах их действия. Проведен сравнительный анализ с целью выявления достоинств и недостатков при использовании данных методов в задачах маршрутизации.

Ключевые слова: транспорт, грузовые перевозки, маршрутизация перевозок, алгоритм Дейкстры, алгоритм Беллмана – Форда, динамический метод, метод «метлы», метод потенциалов

Abstract. Currently, there is a high need to determine the shortest distances to form freight and passenger transportation routes. One of the most effective ways to determine routes of minimum length are methods of finding the shortest distances in a graph. The article discusses algorithms for finding shortest distances, as well as other methods based on the principles of their operation. It was conducted a comparative analysis to identify the advantages and disadvantages of using these methods in routing tasks.

Key words: transport, freight transportation, transportation routing, Dijkstra's algorithm, Bellman-Ford algorithm, dynamic method, "broom" method, method of potentials

 DOI: 10.31660/2782-232X-2022-1-80-87

Введение

В настоящее время теория графов применяется в различных областях науки. Граф – это фигура из вершин, соединенных между собой дугами (ребрами). Графом можно представить транспортную сеть дорог на картах, маршруты движения городского транспорта, схемы авиалиний, иерархии объектов, связи людей в обществе, файлы системы компьютера и даже структуру молекулы.

Теория графов включает следующие задачи [1, 2]:

- о кратчайшем пути;
- на построение минимального дерева пути;
- о максимальном потоке в сети;
- о раскраске графа.

Однако задача о нахождении кратчайшего пути является одной из наиболее распространенных, поскольку находит применение в разнообразных сферах жизни. Ее решение можно осуществлять с помощью ЭВМ или вручную, используя математический аппарат. К эффективным методам поиска кратчайших расстояний относятся:

- алгоритм Дейкстры;
- алгоритм Беллмана – Форда;
- динамический метод;
- метод «метлы»;
- метод потенциалов [3, 4].

Объект и методы исследования

Объектом исследования являются существующие методы определения кратчайших расстояний пути в графе.

В исследовании использовался системный подход, методы системного и статистического анализа при обобщении статистических данных научных трудов исследователей, опубликованных в периодических изданиях в Интернете, а также методы графической и табличной визуализации данных [5]. Выбор оптимального маршрута основывался на критерии минимальных расстояний.

Экспериментальная часть

Исходные данные. Пусть задан граф, представленный на рис. 1. В таблице 1 дана матрица весов дуг, соединяющих вершины графа. Необходимо определить кратчайшие расстояния от вершины 1 до всех оставшихся вершин, построить маршрут от вершины 1 до самой удаленной вершины 7.

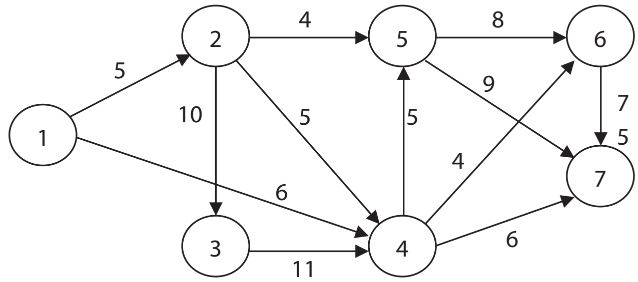

Рис. 1. Ориентированный граф

Таблица 1

Матрица весов

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	∞	6	∞	∞	∞
2	∞	0	10	5	4	∞	∞
3	∞	∞	0	11	∞	∞	∞
4	∞	∞	∞	0	5	4	6
5	∞	∞	∞	∞	0	8	9
6	∞	∞	∞	∞	∞	0	7
7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0

Поиск кратчайшего пути в графе с помощью алгоритма Дейкстры

Алгоритм позволяет находить кратчайшие расстояния от одной вершины до всех других при условии, что в графе нет ребер отрицательной длины.

Порядок вычислений алгоритма Дейкстры заключается в следующем. Пусть вес начальной вершины равен нулю, тогда вес остальных вершин равен бесконечно большому числу, например, ∞. На первом шаге вычисления начальная вершина объявляется текущей. Строка текущей вершины вычеркивается. Для вершины 1 из графа на рис. 1 определяют соседние вершины. В нашем случае – вершины 2 и 4. Вторым шагом находим вес выбранных вершин как сумму веса текущей вершины и веса дуги между текущей и проверяемой вершинами. Среди полученных значений весов выбирается минимальное.

В примере это вес вершины 2, равный 5. Поэтому вершина 2 принимается текущей, ее записывают во второй столбец первой строки, в скобках указывая расстояние от начальной вершины до текущей. Строка вершины 2 вычеркивается. Затем повторяем второй шаг столько раз, сколько вершин в графе. Каждое новое вычисленное значение веса для проверяемых вершин сравнивается со старым значением. Если новое значение меньше старого, то вес вершины изменяется на новый, иначе – остается неизменным [4].

Результаты расчетов кратчайших расстояний от вершины 1 до всех остальных вершин для заданного графа на рис. 1 представлены в таблице 2. Кратчайшим маршрутом из вершины 1 в вершину 7 является 1 – 4 – 7. Его длина равна 12.

Поиск кратчайшего пути в графе с помощью алгоритма Беллмана – Форда

В отличие от алгоритма Дейкстры, алгоритм Беллмана – Форда дает возможность расчета кратчайших расстояний в графах как с положительной, так и с отрицательной длиной. Единственным условием осуществления алгоритма является отсутствие циклов с отрицательным весом, достижимых из начальной вершины.

Структура алгоритма Беллмана – Форда заключается в следующем. Первым шагом начальной вершине (в примере – вершина 1) присваивается потенциал, равный нулю $\varphi_1 = 0$. Потенциалы остальных вершин равны бесконечно большому числу $\varphi_1 = \infty, i = 1...n$, где n – число вершин в рассматриваемом графе.

Таблица 2

Результаты расчетов кратчайших расстояний с помощью алгоритма Дейкстры

№ вершины	Текущая вершина						
	1	2 (5)	4 (6)	5 (9)	6 (10)	7 (12)	3 (15)
1	–––––––––––						
2	5	–––––––––––					
3	∞	15	15	15	15	15	–––
4	6	6	–––––––––––				
5	∞	9	9	–––––––––––			
6	∞	∞	10	10	–––––––––––		
7	∞	∞	12	12	12	–––––––––––	

Таблица 3

Результаты расчетов кратчайших расстояний по алгоритму Беллмана – Форда

№ шага вычислений	Массив L	Потенциалы вершин							Массив L_1
		1	2	3	4	5	6	7	
0	∅	0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	1
1	1	0	5	∞	6	∞	∞	∞	2, 4
2	2, 4	0	5	15	6	9	10	12	3, 5, 6, 7
3	3, 5, 6, 7	0	5	15	6	9	10	12	∅

Вторым шагом определяем соседние вершины. В нашем примере для вершины 1 соседними являются вершины 2 и 4. Для каждой соседней вершины определяем потенциал как сумму потенциала начальной вершины и длины дуги, соединяющей проверяемую и соседнюю вершины при условии, что сумма должна быть меньше потенциала проверяемой вершины. Например, для вершины 2 потенциал равен $\varphi_2 = \varphi_1 + l(1,2) = 0 + 5 = 5$. Полученное значение заносится в таблицу 3. В столбец массива L_1 заносятся номера вершин, расстояние до которых определяется на данном шаге. Третьим шагом проверяем, выполняется ли условие $L_1 \neq \emptyset$. Если неравенство выполняется, $L = L_1$, осуществляем переход к шагу 2. Алгоритм считается завершенным при отсутствии изменений потенциалов вершин [4]. Результаты расчетов для заданного графа на рис. 1 представлены в таблице 3.

Восстановим кратчайший путь из самой удаленной вершины 7 в вершину 1. Последовательно находим кратчайший путь: вершина 7: *i = 4*; вершина 4: *i = 1*. Кратчайший путь 1 – 4 – 7 представлен на рис. 2. Длина маршрута равна 12.

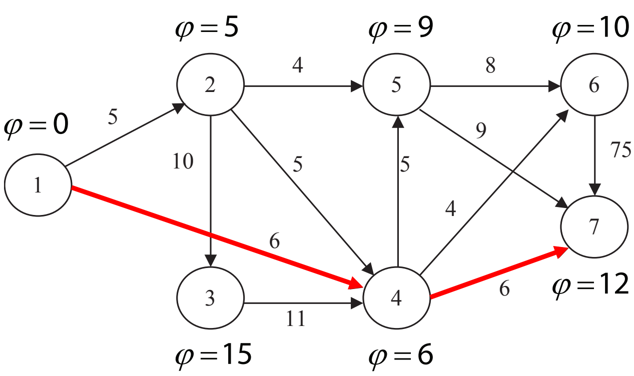

Рис. 2. Кратчайший путь из вершины 1 до самой удаленной вершины 7

Поиск кратчайшего пути в графе с помощью метода динамического программирования

Поиск кратчайших расстояний методом динамического программирования представляет собой решение с помощью функционального уравнения Беллмана [6]:

$$f_i = \min\{S_{ij} + f_j\},$$

где f_i – функция, которая определяет минимальную длину из начальной вершины в вершину *i*;

S_{ij} – длина пути между вершинами *i* и *j*;

f_j – минимальная длина пути между вершиной *j* и начальной вершиной.

Сложность определения кратчайших расстояний зависит от того, ориентированный граф или нет. Граф, представленный на рис. 1, ориентированный. Рассчитаем путь наименьшей длины из вершины 1 в вершину 7:

$$f_1 = 0;$$

$$f_2 = \min\{S_{21} + f_1\} = \min\{5 + 0\} = 5;$$

$$f_3 = \min\{S_{32} + f_2\} = \min\{10 + 5\} = 15;$$

$$f_4 = \min\left\{\begin{matrix} S_{41} + f_1 \\ S_{42} + f_2 \\ S_{43} + f_3 \end{matrix}\right\} = \min\left\{\begin{matrix} 6 + 0 \\ 5 + 5 \\ 11 + 15 \end{matrix}\right\} = 6;$$

$$f_5 = \min\left\{\begin{matrix} S_{52} + f_2 \\ S_{54} + f_4 \end{matrix}\right\} = \min\left\{\begin{matrix} 4 + 5 \\ 5 + 6 \end{matrix}\right\} = 9;$$

$$f_6 = \min\left\{\begin{matrix} S_{65} + f_5 \\ S_{64} + f_4 \end{matrix}\right\} = \min\left\{\begin{matrix} 8 + 9 \\ 4 + 6 \end{matrix}\right\} = 10;$$

$$f_7 = \min\left\{\begin{matrix} S_{74} + f_4 \\ S_{75} + f_5 \\ S_{76} + f_6 \end{matrix}\right\} = \min\left\{\begin{matrix} 6 + 6 \\ 9 + 9 \\ 7 + 10 \end{matrix}\right\} = 12.$$

Длина кратчайшего пути составляет 12. Для выбора оптимальной траектории осуществляют просмотр функций f_i в обратном порядке: 1 – 4 – 7.

Поиск кратчайшего пути в графе с помощью метода «метлы»

Решение задачи о нахождении кратчайшего расстояния с помощью метода «метлы» основано на построении однотипных таблиц.

Алгоритм работы метода следующий. Первым шагом выбирается начальная вершина. До нее расстояние равно «0» и заносится во второй столбец напротив вершины 1 (таблица 4). До всех оставшихся вершин расстояние равно бесконечно большому числу «М». Вторым шагом определяем длину пути до соседних вершин. Если новое значение расстояния от начальной вершины до проверяемой меньше старого значения, то в таблицу вносится найденное число, иначе расстояние не изменяется. Напротив проверенной вершины ставят знак проверки «+», выбирают следующую вершину. Решение повторяется до тех пор, пока не будут проверены все оставшиеся вершины [6].

Определим кратчайшие расстояния для заданного графа с помощью данного метода. Результаты расчета представлены в таблице 4. Кратчайший маршрут 1 – 4 – 7 из вершины 1 в вершину 7 равен 12.

Таблица 4

Результаты расчетов кратчайших расстояний методом «метлы»

Наименование вершины	Расстояние	Знак проверки	Смежные вершины
1	0	+	–
2	5	+	–
3	15	+	–
4	6	+	–
5	9	+	–
6	10	+	–
7	12	+	–

Поиск кратчайшего пути в графе с помощью метода потенциалов

Суть метода заключается в следующем. Произвольно выбранной вершине назначается нулевой потенциал, называемый началом отсчета. Затем определяют соседние с выбранной вершины и находят их потенциалы по формуле:

$$U_j = U_i + L_{ij},$$

где L_{ij} – длина звена $(i – j)$, т. е. расстояние между вершинами i и j.

Из всех полученных потенциалов выбирается наименьший, и его значение присваивается текущей проверяемой вершине. Расчет ведется до тех пор, пока не будут найдены потенциалы всех вершин графа [7].

Рассчитаем с помощью данного метода кратчайшие расстояния от вершины 1 до всех остальных.

$$U_1 = 0:$$

$$U_2 = U_1 + C_{12} = 0 + 5 = 5;$$

$$U_4 = U_1 + C_{14} = 0 + 6 = 6.$$

$$U_2 = 5:$$

$$U_3 = U_2 + C_{23} = 5 + 10 = 15;$$

$$\cancel{U_4 = U_2 + C_{24} = 5 + 6 = 11;}$$

$$U_5 = U_2 + C_{25} = 5 + 4 = 9.$$

$$U_4 = 6:$$

$$\cancel{U_5 = U_4 + C_{45} = 6 + 5 = 11;}$$

$$U_6 = U_4 + C_{46} = 6 + 4 = 10;$$

$$U_7 = U_4 + C_{47} = 6 + 6 = 12.$$

$$U_5 = 9:$$

$$\cancel{U_6 = U_5 + C_{56} = 9 + 8 = 17;}$$

$$\cancel{U_7 = U_5 + C_{57} = 9 + 9 = 18.}$$

$$U_6 = 10:$$

$$\cancel{U_7 = U_6 + C_{67} = 10 + 7 = 17.}$$

$$U_7 = 12;$$

$$U_3 = 15.$$

Кратчайшие расстояния по результатам расчетов занесем в таблицу 5.

Маршрут от вершины 1 до вершины с максимальным номером 7: 1 – 4 – 7. Длина пути – 12.

Таблица 5

Результаты расчетов кратчайших расстояний методом потенциалов

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	5	15	6	9	10	12
2	∞	0	10	5	4	∞	∞
3	∞	∞	0	11	∞	∞	∞
4	∞	∞	∞	0	5	4	6
5	∞	∞	∞	∞	0	8	9
6	∞	∞	∞	∞	∞	0	7
7	∞	∞	∞	∞	∞	∞	0

Проведем сравнительный анализ представленных методов вычисления кратчайших путей в графе с помощью сравнительной таблицы 6.

Обсуждение

Интерес к проблеме нахождения кратчайших расстояний объясняется тем, что эта задача является одним из этапов решения большинства проблем, связанных с грузоперевозками. В то же время при решении задач, связанных с оптимизацией грузовых перевозок, необходимо несколько раз определять кратчайшие расстояния между вершинами графа, поэтому скорость алгоритмов определения кратчайших расстояний между вершинами графа во многом зависит от времени решения всей задачи в целом [1–3, 5, 8–11].

Выводы

Проведенные исследования позволили сделать следующие выводы:

- алгоритм Дейкстры находит применение только при отсутствии отрицательных ребер и может применяться как при программировании, так и при маршрутизации перевозок;
- алгоритм Беллмана – Форда может использоваться в задачах с критерием минимального расстояния, но и с критерием минимальной стоимости или критерием максимальной выгоды;
- метод динамического программирования зависит от направленности графа. Если граф неориентированный, то решение поиска минимальных расстояний затрудняется;
- метод «метлы» основан на принципе построения однотипных таблиц и имеет понятное решение;
- решение метода потенциалов располагает вершины в порядке увеличения их удаленности от начальной вершины.

Таблица 6

Сравнительная таблица методов определения кратчайших расстояний в графе

Название метода	Кол-во начальных вершин	Работа с отрицательными ребрами	Решение с помощью таблиц	Решение с помощью программного кода	Применение в сфере:
Алгоритм Дейкстры	1	нет	да	да	программирования и маршрутизации
Алгоритм Беллмана – Форда	1	да	нет	да	программирования и маршрутизации. Работа с отрицательными ребрами позволяет использовать метод с критерием *минимальная стоимость* (*максимальная выгода*)
Динамический метод	1	да	нет	нет	маршрутизации, например, для географических карт
Метод «метлы»	1	да (без отрицательных циклов)	да	нет	маршрутизации перевозок
Метод потенциалов	1	нет	нет	нет	маршрутизации перевозок

Библиографический список

1. Грузовые автомобильные перевозки : учебник для вузов / А. В. Вельможин, В. А. Гудков, Л. Б. Миротин, А. В. Куликов. – 3-е изд., испр. – Москва : Горячая линия – Телеком, 2016. – 560 с. – Текст : непосредственный.
2. Kulikov, A. V. Effectiveness of Road Transport Technology in Modern Housing Systems / A. V. Kulikov, S. Y. Firsova. – DOI: 10.1007/978-3-030-22063-1_87. – Direct text // Proceedings of the 5th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2019) : Conference proceedings ICIE 2019, Sochi, Russia, March 25–29, 2019 / South Ural State University (national research university), Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI). – Sochi : Springer International Publishing, Switzerland AG, 2020. – Pp. 813–821.
3. Куликов, А. В. Повышение эффективности автомобильных перевозок в условиях Крайнего Севера Российской Федерации / А. В. Куликов, С. Ю. Фирсова, В. С. Дорохина. – DOI: 10.26518/2071-7296-2021-18-3-286-305. – Текст : непосредственный // Вестник Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета. – 2021. – Т. 18. – № 3 (79). – С. 286–305.
4. Домке, Э. Р. Методы оптимизации маршрутных схем развозки грузов автомобильным транспортом : учебное пособие для студентов высших учебных заведений / Э. Р. Домке, С. А. Жесткова. – Пенза : ПГУАС, 2014. – 164 с. – Текст : непосредственный.
5. Сулименова, Е. Р. Эффективные математические методы в транспортно-логистическом обслуживании малых предприятий г. Волгограда / Е. Р. Сулименова. – Текст : непосредственный // Конкурс научно-исследовательских работ студентов Волгоградского государственного технического университета : тезисы докладов, Волгоград, 26–30 апреля 2021 года. – Волгоград : Волгоградский государственный технический университет, 2021. – С. 151.
6. Выбор оптимального маршрута методом динамического программирования / Helpiks.Org : [сайт]. – URL : https://helpiks.org/2-66840.html (дата обращения : 10.02.2022). – Текст : электронный.
7. Определение кратчайших расстояний с использованием метода потенциалов / Studbooks.net : [сайт]. – URL : https://studbooks.net/2456287/tehnika/opredelenie_kratchayshih_rasstoyaniy_ispolzovaniem_metoda_potentsialov (дата обращения : 10.02.2022). – Текст : электронный.
8. Айтбагина, Э. Р. Влияние расстояния на результаты работы группы автомобилей при перевозке грузов грузоотправителем / Э. Р. Айтбагина, Е. Е. Витвицкий. – Текст : непосредственный // Вестник Сибирского государственного автомобильно-дорожного университета. – 2017. – № 4–5 (56–57). – С.14–24.
9. The dynamic traffic modelling system / S. Dorokhin, D. Likhachev, A. Artemov [et al.]. – DOI: 10.1007/978-3-030-96380-4_175. – Direct text // International Scientific Siberian Transport Forum. TransSiberia – 2021. – Cham : Springer, 2021. – Pp. 1586–1594.
10. Горев, А. Э. Грузовые автомобильные перевозки : учебное пособие для студентов высших учебных заведений / А. Э. Горев. – 5-е изд., испр. – Москва : Академия, 2008. – 288 с. – Текст : непосредственный.
11. Афанасьев, Л. Л. Единая транспортная система и автомобильные перевозки : учебник для вузов / Л. Л. Афанасьев, Н. Б. Островский, С. М. Цукерберг. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Транспорт, 1984. – 333 с. – Текст : непосредственный.

References

1. Vel'mozhin, A. V., Gudkov, V. A., Mirotin, L. B., & Kulikov, A. V. (2016). Gruzovye avtomobil'nye perevozki. 3rd edition, revised. Moscow, Goryachaya liniya – Telekom Publ., 560 p. (In Russian).
2. Kulikov, A. V., & Firsova, S. Yu. (2020). Effectiveness of Road Transport Technology in Modern Housing Systems. Proceedings of the 5th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2019): Conference proceedings ICIE 2019, Sochi, Russia, March 25-29, 2019. South Ural State University (national research

university), Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI). Sochi, Springer International Publishing, Switzerland AG Publ., pp. 813-821. (In English). DOI: 10.1007/978-3-030-22063-1_87
3. Kulikov, A. V., Firsova, S. Y., & Dorokhina, V. S. (2021). Improving efficiency of car transportation in extreme north conditions in Russian Federation. The Russian Automobile and Highway Industry Journal, 18(3), pp. 286-305. (In Russian). DOI: 10.26518/2071-7296-2021-18-3-286-305
4. Domke, E. R., & Zhestkova, S. A. (2014). Metody optimizatsii marshrutnykh skhem razvozki gruzov avtomobil'nym transportom. Penza, PGUAS Publ., 164 p. (In Russian).
5. Sulimenova, E. R. (2021). Effektivnye matematicheskie metody v transportno-logisticheskom obsluzhivanii malykh predpriyatiy g. Volgograda. Konkurs nauchno-issledovatel'skikh rabot studentov Volgogradskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta: tezisy dokladov, Volgograd, April, 26–30. Volgograd, Volgograd State Technical University Publ., pp. 151. (In Russian).
6. Vybor optimal'nogo marshruta metodom dinamicheskogo programmirovaniya. Helpiks.Org. (In Russian). Available at: https://helpiks.org/2-66840.html (date of the application: 10.02.2022).
7. Opredelenie kratchayshikh rasstoyaniy s ispol'zovaniem metoda potentsialov. Studbooks.net. (In Russian). Available at: https://studbooks.net/2456287/tehnika/opredelenie_kratchayshih_rasstoyaniy_ispolzovaniem_metoda_potentsialov (date of the application: 10.02.2022).
8. Aytbagina, E. R., & Vitvitskiy, E. E. (2017). The influence of the distance on the results of the work group of vehicles for the cargo transportation by the supplier. The Russian Automobile and Highway Industry Journal, 4-5(56-57), pp. 14-24. (In Russian).
9. Dorokhin, S., Likhachev, D., Artemov, A., Sevostyanov, A., Kulikov, A., & Novikov, A. (2022). The dynamic traffic modelling system. International Scientific Siberian Transport Forum. TransSiberia 2021. Cham, Publ. Springer, pp. 1586-1594. (In English). DOI: 10.1007/978-3-030-96380-4_175
10. Gorev, A. E. (2008). Gruzovye avtomobil'nye perevozki. 5th edition, revised. Moscow, Akademiya Publ., 288 p. (In Russian).
11. Afanas'ev, L. L., Ostrovsky, N. B., & Zuckerberg, S. M. (1984). Edinaya transportnaya sistema i avtomobil'nye perevozki. 2nd edition, revised. Moscow, Transport Publ., 333 p. (In Russian).

Сведения об авторах

Близнякова Елена Александровна, студент кафедры автомобильных перевозок, Волгоградский государственный технический университет, e-mail: el.44@bk.ru

Куликов Андрей Алексеевич, учащийся 11 класса Лицея № 5 имени Ю. А. Гагарина, Волгоград, e-mail: v2xoda@ya.ru

Куликов Алексей Викторович, к. т. н., доцент кафедры автомобильных перевозок, Волгоградский государственный технический университет, e-mail: AlekseyKulikov2007@ya.ru

Information about the authors

Elena A. Bliznyakova, Student at the Department of Road Transport, Volgograd State Technical University, e-mail: el.44@bk.ru

Andrey A. Kulikov, Student at the Lyceum No. 5 named after Yu. A. Gagarin, Volgograd, e-mail: v2xoda@ya.ru

Alexey V. Kulikov, Candidate in Engineering, Associate Professor at the Department of Road Transport, Volgograd State Technical University, e-mail: AlekseyKulikov2007@ya.ru

Для цитирования: Близнякова, Е. А. Сравнительный анализ методов поиска кратчайшего пути в графе / Е. А. Близнякова, А. А. Куликов, А. В. Куликов. – DOI: 10.31660/2782-232X-2022-1-80-87. – Текст : непосредственный // Архитектура, строительство, транспорт. – 2022. – № 1 (99). – С. 80–87.

For citation: Bliznyakova, E. A., Kulikov, A. A., & Kulikov, A. V. (2022). Comparative analysis of methods for finding the shortest distance in a graph. Architecture, construction, transport, (1), pp. 80-87. (In Russian). DOI: 10.31660/2782-232X-2022-1-80-87.