

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«ТЮМЕНСКИЙ ИНДУСТРИАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

УТВЕРЖДАЮ  
Заместитель  
директора по УМР

 А.А. Акчурина

«31» 08 2022г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

дисциплины/модуля: Прикладные статистические методы и  
модели в девелопменте

направление подготовки: 21.03.01 Нефтегазовое дело

направленность (профиль):

Эксплуатация и обслуживание объектов добычи нефти

форма обучения: очная, очно-заочная

Рабочая программа разработана в соответствии с утвержденным учебным планом от 23.06.2022 г. и требованиями ОПОП 21.03.01 Нефтегазовое дело к результатам освоения дисциплины/модуля.

Рабочая программа рассмотрена на заседании кафедры естественно-научных и гуманитарных дисциплин  
Протокол № 1 от 31.08.2022г.

Заведующий кафедрой ЕНГД  Л.К. Иляшенко

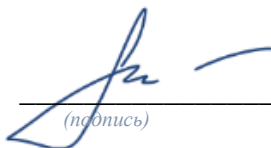
СОГЛАСОВАНО:

Заведующий выпускающей кафедрой НД  Р.Д. Татлыев

31.08.2022г.

Рабочую программу разработал:

Л.К. Иляшенко, зав. кафедрой ЕНГД, к.п.н., доцент  
*(И.О. Фамилия, должность, ученая степень, ученое звание)*

  
(подпись)

## **1. Цели и задачи освоения дисциплины/модуля**

Целью дисциплины/модуля является формирование у обучающихся целостной системы базовых знаний в области статистики, включая основы методологии классификации и систематизации сведений массовых общественных явлений и наблюдений на уровне государства (региона, предприятия, товара) на базе теоретического и практического материала и опыта международных статистических исследований и сопоставлений; формирование навыков владения статистическими инструментами оценки и прогнозирования особенностей объектов исследования в поиске эффективных управленческих решений в конкретной рыночной ситуации с учетом конъюнктуры территории.

Задачи дисциплины:

– формирование понятийно-терминологического аппарата проведения и знакомство с теоретико-методическими основами проведения статистических исследований процессов применительно к особенностям профессиональной сферы деятельности выпускника;

– раскрыть целостную систему базовых знаний в области теории статистики, включая основы методологии сбора, классификации, систематизации, анализа и прогнозирования сведений крупных массивов данных;

– сформировать навыки обоснования выбора информационных ресурсов и оптимальных статистических инструментов для осуществления аналитической деятельности в соответствии с поставленной задачей в сфере профессиональной деятельности;

– познакомить с принципами проведения статистических наблюдений и построения статистических показателей применительно к особенностям профессиональной сферы деятельности выпускника;

– сформировать навыки владения современными методами сбора, обработки и анализа статистических показателей применительно к особенностям профессиональной сферы деятельности выпускника;

– сформировать навыки обоснования выбора инструментов для оценки и прогнозирования процессов применительно к особенностям объектов исследования;

– выработать универсальный опыт проведения самостоятельных аналитических исследований и интерпретации полученных результатов обобщения, анализа и прогнозирования статистических показателей, отражающих особенности объекта исследования.

## **2. Место дисциплины/ модуля в структуре ОПОП ВО**

Дисциплина относится к общеуниверситетскому блоку элективных дисциплин по теме «Системное мышление» учебного плана.

Необходимыми условиями для освоения дисциплины являются:

- знание основ математики и обществознания на уровне основных образовательных программ среднего полного общего образования;

- умение систематизировать, анализировать и представлять различную информацию о технических инновациях и результатах их использования в обществе;

- владение навыками работы в стандартном пакете MS Office Excel.

Содержание дисциплины/модуля «Прикладные статистические методы и модели в деvelopeпменте» является логическим продолжением содержания дисциплин, изучаемых при подготовке на предыдущей ступени образования и служит инструментом для изучения дисциплин «Проектная деятельность», обоснования результатов проектной деятельности и подготовки выпускной квалификационной работы.

## **3. Результаты обучения по дисциплине/модулю**

Процесс изучения дисциплины/модуля направлен на формирование следующих компетенций:

Таблица 3.1

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции (ИДК)	Код и наименование результата обучения по дисциплине (модулю)
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Осуществляет выбор актуальных российских и зарубежных источников, а также поиск, сбор и обработку информации, необходимой для решения поставленной задачи	Знать: российские и зарубежные источники, необходимые для решения поставленной задачи (УК-1.31)
		Уметь: делать выбор актуальных российских и зарубежных источников, а также поиск, сбор и обработку информации, необходимой для решения поставленной задачи (УК-1.У1)
		Владеть: методами выбора актуальных российских и зарубежных источников, а также поиском, сбором и обработкой информации, необходимой для решения поставленной задачи (УК-1.В1)
	УК-1.2 Систематизирует и критически анализирует информацию, полученную из разных источников, в соответствии с требованиями и условиями задачи	Знать: основные принципы, требования и правила систематизации и классификации информации, полученной из разных источников, а также порядок ее анализа согласно выданного технического задания (УК-1.32)
		Уметь: реализовывать основные требования и правила систематизации и анализа статистической информации, полученной из разных источников в соответствии с требованиями и условиями поставленной задачи (УК-1.У2)
		Владеть: принципами, требованиями, инструментами систематизации, классификации, анализа информации (УК-1.В2)
	УК-1.3 Использует методики системного подхода при решении поставленных задач	Знать: методики системного подхода при решении поставленных задач (УК-1.33)
		Уметь: использовать методики системного подхода при решении поставленных задач (УК-1.У3)
		Владеть: навыками выбора методик системного подхода при решении поставленных задач (УК-1.В3)

#### 4. Объем дисциплины/модуля

Общий объем дисциплины/модуля составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

Таблица 4.1.

Форма обучения	Курс/ семестр	Аудиторные занятия/контактная работа, час.			Самостоятельная работа, час.	Форма промежуточной аттестации
		Лекции	Практические занятия	Лабораторные занятия		
Очная	2/3	18	-	34	56	Зачет
Очно-заочная	2/4	12	-	10	86	Зачет

## 5. Структура и содержание дисциплины/модуля

### 5.1. Структура дисциплины/модуля очная форма обучения (ОФО)

Таблица 5.1.1

№ п/п	Структура дисциплины/модуля		Аудиторные занятия, час.			СРС, час.	Всего, час.	Код ИДК	Оценочные средства
	Номер раздела	Наименование раздела	Л.	Пр.	Лаб.				
1	1	Предмет, методология и задачи статистического анализа	2	-	0	6	8	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Коллоквиум
2	2	Статистическое наблюдение	2	-	2	8	12	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Выполнение и защита лабораторной работы, коллоквиум
3	3	Статистические распределения и их основные характеристики	2	-	6	8	16	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Выполнение и защита лабораторной работы
4	4	Проверка статистических гипотез	2	-	8	8	18	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Выполнение и защита лабораторной работы, коллоквиум
5	5	Статистическое изучение взаимосвязей	2	-	4	8	14	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Выполнение и защита лабораторной работы
6	6	Множественная регрессия	4	-	10	8	22	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Выполнение и защита лабораторной работы, коллоквиум
7	7	Статистические инструменты в деvelopeменте	4	-	4	10	18	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Выполнение и защита лабораторной работы
7	Зачет		-	-	-	-	-	УК-1.1 УК-1.2 УК-1.3	Вопросы к зачету
<b>Итого:</b>			<b>18</b>	<b>-</b>	<b>34</b>	<b>56</b>	<b>108</b>		

### очно-заочная форма обучения (ОЗФО)

Таблица 5.1.2

№ п/п	Структура дисциплины/модуля		Аудиторные занятия, час.			СРС, час.	Всего, час.	Код ИДК	Оценочные средства
	Номер	Наименование	Л.	Пр.	Лаб.				

	раздела	раздела							
1	1	Предмет, методология и задачи статистического анализа	1	-	0	10	11	УК-1.2 УК-1.3	Коллоквиум
2	2	Статистическое наблюдение	2	-	1	12	15	УК-1.2 УК-1.3	Выполнение и защита лабораторной работы коллоквиум
3	3	Статистические распределения и их основные характеристики	1	-	1	12	14	УК-1.2 УК-1.3	Выполнение и защита лабораторной работы
4	4	Проверка статистических гипотез	2	-	2	12	16	УК-1.2 УК-1.3	Выполнение и защита лабораторной работы, коллоквиум
5	5	Статистическое изучение взаимосвязей	2	-	2	12	16	УК-1.2 УК-1.3	Выполнение и защита лабораторной работы
6	6	Множественная регрессия	2	-	2	12	16	УК-1.2 УК-1.3	Выполнение и защита лабораторной работы, коллоквиум
7	7	Статистические инструменты в девелопменте	2		2	16	20	УК-1.2 УК-1.3	Выполнение и защита лабораторной работы
7	Зачет		-	-	-	-	-	УК-1.2 УК-1.3	Вопросы к зачету
<b>Итого:</b>			<b>12</b>	<b>-</b>	<b>10</b>	<b>86</b>	<b>108</b>		

## 5.2. Содержание дисциплины/модуля.

### 5.2.1. Содержание разделов дисциплины/модуля (дидактические единицы).

#### **Раздел 1. Предмет, методология и задачи статистического анализа**

Единицы совокупности, их признаки и классификация. Системы статистических показателей. Предмет статистической науки и ее методология. Специфические приемы и методы статистического изучения явлений общественной жизни. Способы отбора. Полигон и гистограмма. Генеральная и выборочная средняя. Генеральная и выборочная дисперсия.

#### **Раздел 2. Статистическое наблюдение**

Виды статистического наблюдения и их особенности. Источники, методы и способы собирания статистических сведений. Объект наблюдения. Программа наблюдения. Инструментарий наблюдения и контроль результатов наблюдения. Методы проверки достоверности статистических данных. Понятие о выборочном наблюдении и его теоретические основы. Простая случайная выборка. Репрезентативность выборки. Виды выборочного наблюдения.

#### **Раздел 3. Статистические распределения и их основные характеристики**

Основные характеристики и графическое изображение вариационного ряда. Показатели центра распределения: средняя арифметическая, медиана, мода.

#### **Раздел 4. Проверка статистических гипотез**

Критерии Стьюдента, Колмогорова, Фишера, согласия Пирсона, Романовского, Ястремского. Приближенные критерии нормальности распределения. Построение теоретической и эмпирической кривой распределения.

#### **Раздел 5. Статистическое изучение взаимосвязей**

Понятие корреляционной связи и предпосылки ее использования. Статистические методы выявления наличия корреляционной связи между двумя признаками. Уравнение регрессии.

#### **Раздел 6. Множественная регрессия**

Понятие множественной регрессии. Измерение тесноты связи множественной линейной регрессии. Проверка адекватности модели множественной линейной регрессии. Экономическая интерпретация уравнения регрессии.

#### **Раздел 7. Статистические инструменты в девелопменте**

Основные элементы девелопмента. Основные характеристики видов девелопмента. Способы организации девелопмента. Финансирование девелоперских проектов. Территориальный маркетинг в девелопменте. Сущность, цели, задачи, субъекты территориального маркетинга. Маркетинговый анализ на предынвестиционной стадии проектирования.

Статистические инструменты в территориальном маркетинге. Маркетинговые исследования: этапы, статистические методы и модели в девелопменте, в территориальном маркетинге. Выбор метода и/или методики проведения исследований в повышении инвестиционной привлекательности территории. Имидж территории. Маркетинг достопримечательностей. Маркетинг инфраструктуры и сервиса. Проблемы использования информационных технологий в современном обществе. Сущность, цели и направления информационного маркетинга в развитии территории.

### **Лекционные занятия**

Таблица 5.2.1

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем, час.		Тема лекции
		ОФО	ОЗФО	
1	1	2	1	Единицы совокупности, их признаки и классификация. Системы статистических показателей. Предмет статистической науки и ее методология. Специфические приемы и методы статистического изучения явлений общественной жизни. Способы отбора. Полигон и гистограмма. Генеральная и выборочная средняя. Генеральная и выборочная дисперсия
2	2	1	1	Виды статистического наблюдения и их особенности. Источники, методы и способы собирания статистических сведений. Объект наблюдения. Программа наблюдения. Инструментарий наблюдения и контроль результатов наблюдения.
3	2	1	1	Методы проверки достоверности статистических данных. Понятие о выборочном наблюдении и его теоретические основы. Простая случайная выборка. Репрезентативность выборки. Виды выборочного наблюдения
4	3	2	1	Основные характеристики и графическое изображение вариационного ряда. Показатели центра распределения: средняя арифметическая, медиана, мода
5	4	1	1	Критерии Стьюдента, Колмогорова, Фишера, согласия Пирсона, Романовского, Ястремского

6	4	1	1	Приближенные критерии нормальности распределения. Построение теоретической и эмпирической кривой распределения
7	5	1	1	Понятие корреляционной связи и предпосылки ее использования. Статистические методы выявления наличия корреляционной связи между двумя признаками
8	5	1	1	Уравнение регрессии
9	6	2	1	Понятие множественной регрессии. Измерение тесноты связи множественной линейной регрессии.
10	6	2	1	Проверка адекватности модели множественной линейной регрессии. Экономическая интерпретация уравнения регрессии
11	7	4	2	Территориальный маркетинг в девелопменте. Статистические инструменты в территориальном маркетинге
<b>Итого:</b>		<b>18</b>	<b>12</b>	

### Практические занятия

Практические занятия учебным планом не предусмотрены.

### Лабораторные работы

Таблица 5.2.2

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем, час.		Наименование лабораторной работы
		ОФО	ОЗФО	
1	2-3	8	2	Построение вариационных рядов. Расчет числовых характеристик
2	4	8	2	Построение кривой нормального распределения по опытным данным. Проверка гипотезы о нормальном распределении выборки
3	5	4	2	Построение модели линейной регрессии для несгруппированных данных
4	6	6	1	Построение модельного уравнения линейной регрессии для сгруппированных данных
5	6	4	1	Нелинейная корреляционная зависимость
6	7	4	2	Статистические методы изучения инвестиций
<b>Итого:</b>		<b>34</b>	<b>10</b>	

### Самостоятельная работа студента

Таблица 5.2.3

№ п/п	Номер раздела дисциплины	Объем, час.		Тема раздела	Вид СРС
		ОФО	ОЗФО		
1	1	6	10	Предмет, методология и задачи статистического анализа	Изучение теоретического материала, подготовка к коллоквиуму
2	2	8	12	Статистическое наблюдение	Изучение теоретического материала, подготовка к лабораторным занятиям, коллоквиуму
3	3	8	12	Статистические распределения и их основные характеристики	Изучение теоретического материала, подготовка к лабораторным занятиям
4	4	8	12	Проверка статистических гипотез	Изучение теоретического материала, подготовка к



					лабораторным занятиям, коллоквиуму
5	5	8	12	Статистическое изучение взаимосвязей	Изучение теоретического материала, подготовка к лабораторным занятиям
6	6	8	12	Множественная регрессия	Изучение теоретического материала, подготовка к лабораторным занятиям, коллоквиуму
7	7	10	16	Статистические инструменты в деvelopeменте	Изучение теоретического материала, подготовка к лабораторным занятиям
8	-	-	-	Зачет	Подготовка к зачету
<b>Итого:</b>		<b>56</b>	<b>86</b>		

5.2.3. Преподавание дисциплины/модуля ведется с применением следующих видов образовательных технологий: лекция-диалог (лекционные занятия); лекции-визуализации в PowerPoint в диалоговом режиме (в случае интерактивного метода обучения); работа в малых группах, разбор практических ситуаций (лабораторные занятия), кейс-метод (разбор конкретных ситуаций).

#### 6. Тематика курсовых работ/проектов

Учебным планом выполнение курсовых работ не предусмотрено.

#### 7. Контрольные работы

Учебным планом выполнение контрольных работ не предусмотрено.

#### 8. Оценка результатов освоения дисциплины/модуля

8.1. Критерии оценивания степени полноты и качества освоения компетенций в соответствии с планируемыми результатами обучения приведены в Приложении 1.

8.2. Рейтинговая система оценивания степени полноты и качества освоения компетенций обучающихся очной формы обучения представлена в таблице 8.1.

Таблица 8.1

№ п/п	Виды мероприятий в рамках текущего контроля	Количество баллов
<b>1 текущая аттестация</b>		
1	Выполнение лабораторных работ по текущим темам дисциплины: Построение вариационных рядов. Расчет числовых характеристик.	0-20
2	Коллоквиум по теме: Сводка и группировка данных статистического наблюдения	0-10
<b>ИТОГО за первую текущую аттестацию</b>		<b>0-30</b>
<b>2 текущая аттестация</b>		
3	Выполнение лабораторных работ по текущим темам дисциплины: Построение кривой нормального распределения по опытным данным. Проверка гипотезы о нормальном распределении выборки	0-20
4	Коллоквиум по теме: Критерии согласия для проверки выдвинутой статистической гипотезы	0-10
<b>ИТОГО за вторую текущую аттестацию</b>		<b>0-30</b>
<b>3 текущая аттестация</b>		
5	Выполнение лабораторных работ по текущим темам дисциплины: Построение модели линейной регрессии для несгруппированных данных. Построение модельного уравнения линейной регрессии для	0-30

	сгруппированных данных. Нелинейная корреляционная зависимость. Статистические методы изучения инвестиций	
6	Коллоквиум по текущим темам дисциплины: Линейная регрессия	0-10
	<b>ИТОГО за третью текущую аттестацию</b>	<b>0-40</b>
	<b>ВСЕГО</b>	<b>0-100</b>

8.3. Рейтинговая система оценивания степени полноты и качества освоения компетенций обучающихся очно-заочной формы обучения представлена в таблице 8.2.

Таблица 8.2

№ п/п	Виды мероприятий в рамках текущего контроля	Количество баллов
<b>1 текущая аттестация</b>		
1	Выполнение лабораторных работ по текущим темам дисциплины: Построение вариационных рядов. Расчет числовых характеристик.	0-20
2	Коллоквиум по теме: Сводка и группировка данных статистического наблюдения	0-10
	<b>ИТОГО за первую текущую аттестацию</b>	<b>0-30</b>
<b>2 текущая аттестация</b>		
3	Выполнение лабораторных работ по текущим темам дисциплины: Построение кривой нормального распределения по опытным данным. Проверка гипотезы о нормальном распределении выборки	0-20
4	Коллоквиум по теме: Критерии согласия для проверки выдвинутой статистической гипотезы	0-10
	<b>ИТОГО за вторую текущую аттестацию</b>	<b>0-30</b>
<b>3 текущая аттестация</b>		
5	Выполнение лабораторных работ по текущим темам дисциплины: Построение модели линейной регрессии для несгруппированных данных. Построение модельного уравнения линейной регрессии для сгруппированных данных. Нелинейная корреляционная зависимость. Статистические методы изучения инвестиций	0-30
6	Коллоквиум по текущим темам дисциплины: Линейная регрессия	0-10
	<b>ИТОГО за третью текущую аттестацию</b>	<b>0-40</b>
	<b>ВСЕГО</b>	<b>0-100</b>

## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины/модуля

9.1. Перечень рекомендуемой литературы представлен в Приложении 2.

9.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы.

<b>Перечень договоров ЭБС ТИУ БИК (за период 2022/2023 гг.)</b>		
2022/2023	Электронный каталог/Электронная библиотека Тюменского индустриального университета <a href="http://webirbis.tsogu.ru/">http://webirbis.tsogu.ru/</a>	
	Договор №09-11/21 от 14.10.2021 взаимного оказания услуг двухстороннего доступа к ресурсам научно-технической библиотеки ФГАОУ ВО РГУ Нефти и газа (НИУ) им. И.М. Губкина и ФГБОУ ВО «ТИУ» <a href="http://elib.gubkin.ru/">http://elib.gubkin.ru/</a>	С 14.10.2021 по 13.10.2022

Договор № И182/2021/09-14-2021 от 15.12.2021 на оказание услуг по предоставлению двустороннего доступа к ресурсам научно-технической библиотеки ФГБОУ ВО «УГНТУ» и ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет» (срок действия договора-до 14.12.2022) <a href="http://bibl.rusoil.net">http://bibl.rusoil.net</a>	С 15.12.2021 по 14.12.2022
Договор № 09-15/2021 от 07.12.2021 на оказание услуг двустороннего доступа к ресурсам научно-технической библиотеки ФГБОУ ВО «УГТУ» и ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет» <a href="http://lib.ugtu.net/books">http://lib.ugtu.net/books</a>	С 07.12.2021 по 06.12.2022
Договор №7504 от 10.12.2021 на оказание услуг по предоставлению доступа к ресурсам базы данных «Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU» (эл.подписи)	С 01.01.2022 по 31.12.2022
Договор №8846 от 31.08.2022 на предоставление права на использование программы для ЭВМ «Автоматизированная система управления Цифровой библиотекой IPRsmart между ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет» и ООО Компанией «Ай Пи Ар Медиа» <a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>	01.09.2022 по 31.08.2023
Гражданско-правовой договор № 8847 от 25.08.2022 на предоставление неисключительного права доступа к комплекту «Архитектура и строительство» к комплекту Издательского дома МЭИ, входящим в «электронную библиотечную систему «Консультант студента» между ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет» и ООО «Политехресурс» <a href="http://www.studentlibrary.ru">http://www.studentlibrary.ru</a>	01.09.2022 по 31.08.2023
Гражданско-правовой договор №8848 от 18.08.2022 на оказание услуг по предоставлению доступа к ЭБС между ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет» и ООО «ЭБС ЛАНЬ» <a href="http://www.e.lanbook.com">www.e.lanbook.com</a>	01.09.2022 по 31.08.2023
Гражданско-правовой договор №8849 от 19.08.2022 с ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» на оказание услуг по предоставлению доступа к образовательной платформе между ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет» и ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» <a href="http://www.urait.ru">www.urait.ru</a>	01.09.2022 по 31.08.2023
Гражданско-правовой договор №9488 от 31.08.2022 с ООО «Профобразование» на оказание услуг по предоставлению права на использование базы данных «База данных электронных изданий учебной, учебно-методической и научной литературы для Электронно-библиотечной системы «PROФобразование» между ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет» и ООО «Профобразование»	01.09.2022 по 31.08.2023
Договор №101НЭБ/6258/09/17/2019 о подключении к Национальной электронной библиотеке и предоставлении доступа к объектам Национальной электронной библиотеки (через терминалы доступа)	С 29.10.2019 по 28.10.2024

9.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в т.ч. отечественного производства (Adobe Acrobat Reader), в т.ч. Microsoft Windows Microsoft Office Professional Plus (Договор №6714-20 от 31.08.2020 до 31.08.2021, Договор №7810 от 14.09.2021 до 13.09.2022), Microsoft Windows (Договор №6714-20 от 31.08.2020 до 31.08.2021, Договор №7810 от 14.09.2021 до 13.09.2022).

## 10. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля

Помещения для проведения всех видов работы, предусмотренных учебным планом, укомплектованы необходимым оборудованием и техническими средствами обучения.

Таблица 10.1

### Обеспеченность материально-технических условий реализации ОПОП ВО

№ п/п	Наименование учебных предметов, курсов, дисциплин (модулей), практики, иных видов учебной деятельности, предусмотренных учебным планом образовательной программы	Наименование помещений для проведения всех видов учебной деятельности, предусмотренной учебным планом, в том числе помещения для самостоятельной работы, с указанием перечня основного оборудования, учебно-наглядных пособий и используемого программного обеспечения	Адрес (местоположение) помещений для проведения всех видов учебной деятельности, предусмотренной учебным планом (в случае реализации образовательной программы в сетевой форме дополнительно указывается наименование организации, с которой заключен договор)
1	2	3	4
1	Прикладные статистические методы и модели в девелопменте	Лекционные, практические и лабораторные занятия: Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа; групповых и индивидуальных консультаций; текущего контроля и промежуточной аттестации, Оснащенность: Учебная мебель: столы, стулья, доска аудиторная. Компьютер в комплекте, проектор, проекционный экран. Компьютеры с подключением к информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», доступом в электронную информационно-образовательную среду ТИУ	Тюменская область, г. Сургут, ул. Энтузиастов, д. 38

## 11. Методические указания по организации СРС

### 11.1. Методические указания по подготовке к лабораторным занятиям.

На лабораторных занятиях обучающиеся изучают методику и выполняют типовые задания. В процессе подготовки к лабораторным занятиям обучающиеся могут прибегать к консультациям преподавателя.

### **Лабораторная работа №1 Построение вариационных рядов. Расчет числовых характеристик**

Методические указания по выполнению работы.

1. Построить интервальный вариационный ряд. Для этого найти:

а) Размах варьирования признака по формуле  $R = x_{\max} - x_{\min}$ , где  $x_{\min}$  — наименьшая варианта,  $x_{\max}$  — наибольшая варианта в данной выборочной совокупности;

б) число интервалов вариационного ряда, пользуясь одним из приведенных ниже соотношений:

$$S \approx \sqrt{n}, \quad 6 < S < 12, \quad S = 1 + 3,2 \lg n, \quad \text{где } n \text{ — объем выборки;}$$

в) длину частичных интервалов по формуле  $h = \frac{R}{S}$  и по необходимости округлить это значение до некоторого числа.

Записать полученный вариационный ряд, заполнив табл. 1:

Варианты-интервалы, ( $x_{i-1}; x_i$ )	( $x_0; x_1$ )	( $x_1; x_2$ )	...	( $x_{k-1}; x_k$ )
частоты, $m_i$	$m_1$	$m_2$	...	$m_k$

2. Построить дискретный вариационный ряд, взяв в качестве вариантов середины вариантов-интервалов непрерывного вариационного ряда, а в качестве частот частоты непрерывного вариационного ряда.

3. Изобразить графически интервальный и дискретный вариационные ряды (построить гистограмму и полигон частот).

4. Построить график накопленных частот — кумуляту. Кумулята — это ломаная линия, проходящая через точки с координатами  $x_i$  и соответствующими накопленными частотами. Предварительно составить табл. 2:

Т а б л и ц а 2

Варианты, $x_i$	$x_1$	$x_2$	...	$x_k$
относительные частоты, $\omega_i = \frac{x_i}{n}$	$\omega_1 = \frac{x_1}{n}$	$\omega_2 = \frac{x_2}{n}$	...	$\omega_k = \frac{x_k}{n}$
накопительные относительные частоты, $W_i = W_{i-1} + \frac{x_{i+1}}{n}$	$W_1 = \omega_1$	$W_2 = \omega_1 + \frac{x_2}{n}$	...	$W_k = W_{k-1} + \frac{x_k}{n}$

5. Найти эмпирическую функцию распределения и изобразить ее графически.

6. Найти моду  $M_0X$  и медиану  $M_lX$ .

7. Для вычисления остальных статистик воспользоваться методом произведений.

Ввести условные варианты  $u_i = \frac{x_i - C}{h}$ , где  $C = M_0X$ ,  $h$  — шаг (длина интервала). Составить расчетную табл. 3:

Т а б л и ц а 3

$x_i$	$m_i$	$u_i$	$m_i u_i$	$m_i u_i^2$	$m_i u_i^3$	$m_i u_i^4$	контрольный столбец $m_i (u_i + 1)^2$
-------	-------	-------	-----------	-------------	-------------	-------------	--

строка сумм:	$\Sigma =$		$\Sigma =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$	$\Sigma =$

Контроль вычислений произвести по формуле

$$\sum m_i + 2\sum m_i u_i + \sum m_i u_i^2 = \sum m_i (u_i + 1)^2.$$

8. Пользуясь табл. 3, вычислить начальные моменты по формулам:  $M_1^* = \frac{1}{n} \sum m_i u_i$ ,  $M_2^* = \frac{1}{n} \sum m_i u_i^2$ ,  $M_3^* = \frac{1}{n} \sum m_i u_i^3$ ,  $M_4^* = \frac{1}{n} \sum m_i u_i^4$ .

9. Найти выборочную среднюю по формуле  $\bar{x} = M_1^* h + C$ .

10. Найти выборочную дисперсию по формуле  $D(X) = (M_2^* - (M_1^*)^2) h^2$ .

11. Найти выборочное среднее квадратическое отклонение по формуле  $\sigma_x = S_x = \sqrt{D(X)}$ .

12. Найти коэффициент вариации по формуле  $V = \frac{S}{\bar{x}} \cdot 100\%$ .

13. Вычислить асимметрию эксцесс по формулам

$$A_s = \frac{m_3}{S^3}, E_x = \frac{m_4}{S^4} - 3.$$

Предварительно найти центральные моменты по формулам

$$m_3 = \left( M_4^* - 4M_3^* M_1^* + 2(M_1^*)^3 \right) h^3, m_4 = \left( M_4^* - 4M_3^* M_1^* + 6M_2^* (M_1^*)^2 - 3(M_1^*)^4 \right) h^4.$$

14. Доверительные интервалы для «а» и «σ» найти по формулам

$$\bar{x} - t_\gamma \cdot \frac{S_x}{\sqrt{n}} < a < \bar{x} + t_\gamma \cdot \frac{S_x}{\sqrt{n}}, \text{ где } \gamma = 0,95.$$

$t_\gamma$  найти по приложению № 3 учебника по теории вероятностей и математической статистике.

$$S_x(1-q) < \sigma < S_x(1+q), \text{ где } S_x = \sqrt{S_x^2} \text{ и } q < 1$$

$$0 < \sigma < S_x(1+q), \text{ при } q > 1.$$

$q$  найти по приложению.

15. Раскрыть смысловую сторону каждой характеристики.

*Цель работы:* овладение студентом способами построения рядов распределения и методами расчета числовых характеристик.

Содержание работы: на основе совокупности данных опыта выполнить следующее:

1. Построить ряды распределения (интервальный и дискретный вариационные ряды). Изобразить их графики.
2. Построить график накопительных частот — кумуляту.
3. Составить эмпирическую функцию распределения и изобразить ее графически.
4. Вычислить моду, медиану, выборочную среднюю, выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации, асимметрию, эксцесс.

5. Построить доверительные интервалы для истинного значения измеряемой величины и среднего квадратического отклонения генеральной совокупности.

#### Демовариант

Имеются данные о пропускной способности 50 участков нефтепровода (м<sup>3</sup>/сут.):

19,5	19,5	19,6	18,8	20,0	20,0	20,4	19,6	19,9	19,9	20,0	20,3	20,2
19,6	20,1	20,3	20,5	20,4	19,8	19,7	19,8	20,0	20,1	19,7	20,3	20,2
20,1	20,3	20,1	20,2	20,4	20,5	20,3	20,5	20,2	20,5	20,7	21,0	20,4
20,3	20,2	20,4	20,6	21,0	20,6	20,7	20,8	20,7	20,8	21,1		

#### Контрольные вопросы

1. Дать определение статистической совокупности.
2. Что понимается под генеральной совокупностью?
3. Дать определение выборочной совокупности.
4. Дать определение вариационного ряда.
5. Сформулировать алгоритм построения непрерывного вариационного ряда.
6. Рассказать о графическом изображении дискретного и непрерывного вариационных рядов.
7. Дать определение эмпирической функции распределения, сформулировать ее свойства и рассказать о ее назначении.
8. По каким формулам находятся выборочные средние статистического распределения?
9. Дать определение выборочной дисперсии и рассказать о ее назначении.
10. Записать формулы для вычисления дисперсии для простой и взвешенной выборки.
11. Записать формулы для вычисления исправленной дисперсии и рассказать для чего она вводится.
12. Что называется модой, медианой вариационного ряда?
13. Рассказать о нахождении медианы при различном объеме выборки.
14. Сформулировать алгоритм вычисления  $\bar{x}$  и  $S^2$  по методу произведений.
15. Дать определения асимметрии и эксцесса статистического распределения и рассказать о их назначении.
16. Записать доверительные интервалы для оценки генеральных математического ожидания и среднего квадратического отклонения.

#### Лабораторная работа № 2

##### Построение кривой нормального распределения по опытными данным.

##### Проверка гипотезы о нормальном распределении выборки

Цель работы: овладение студентом способами построения эмпирической и теоретической (нормальной) кривой распределения; выработка умения и навыков применения критериев согласия для проверки выдвинутой статистической гипотезы.

Содержание работы: на основе дискретного вариационного ряда, полученного в лабораторной работе №1, выполнить следующее:

1. Построить эмпирическую (полигон) и теоретическую (нормальную) кривую распределения.
2. Проверить согласованность эмпирического распределения с теоретическим нормальным, применяя три критерия:
  - а) критерий Пирсона;
  - б) один из критериев: Колмагорова, Романовского или Ястремского;
  - в) приближенный критерий.

*Варианты заданий к лабораторной работе № 2 (берем из лабораторной работы № 1)*

Замечание.

В качестве вариантов заданий для выполнения лабораторной работы №2 следует брать дискретные вариационные ряды из лабораторной работы №1, а так же значения статистик  $\bar{x}$ ,  $S$ ,  $A_S$ ,  $E_x$ .

### Контрольные вопросы

1. Рассказать о возможных вариантах построения кривой нормального распределения по опытными данным.
2. Дать определение статистической гипотезы.
3. Что называется статистическим критерием?
4. Сформулировать алгоритм применения любого статистического критерия для обработки экспериментальных данных.
5. Сформулировать правило применения критерия согласия Пирсона ( $\chi^2$ ) для проверки гипотезы согласованности эмпирического распределения с теоретическим нормальным.
6. Рассказать о применении критерия согласия Романовского для оценки близости эмпирического распределения к теоретическому нормальному.
7. Сформулировать алгоритм применения критерия Колмогорова для проверки соответствия эмпирического распределения нормальному теоретическому распределению.
8. Рассказать о применении критерия Б.С. Ястремского для проверки соответствия данной выборочной совокупности нормальному распределению.
9. Рассказать о приближенных критериях, применяемых для проверки гипотезы о нормальном распределении выборочной совокупности.

### Лабораторная работа № 3 Построение модели линейной регрессии для несгруппированных данных

Цель работы: овладение способами построения моделей линейной регрессии для несгруппированных данных, выработка умения и навыков оценки надежности коэффициента корреляции, уравнения регрессии и его коэффициентов.

Содержание работы: на основании опытных данных требуется:

1. Построить корреляционное поле. По характеру расположения точек в корреляционном поле выбрать общий вид функции регрессии.
2. Вычислить числовые характеристики  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $S_x$ ,  $S_y$ ,  $r$ ,  $\sigma_r$ .
3. Определить значимость коэффициента корреляции  $r$  и найти для него доверительный интервал с надежностью  $\gamma = 0,95$ .
4. Написать эмпирические уравнения линий регрессий  $y$  на  $x$  и  $x$  на  $y$ .
5. Вычислить коэффициент детерминации  $R^2$  и объяснить его смысловое значение.
6. Проверить адекватность уравнения регрессии  $y$  на  $x$ .
7. Провести оценку величины погрешности уравнения регрессии  $y$  на  $x$  и его коэффициентов.
8. Построить уравнение регрессии  $y$  на  $x$  в первоначальной системе координат.

### Демовариант

Данные зависимости мощности на долоте  $N$  (кВт) осевой статической нагрузки на забой  $P_c$  (ТС) при бурении пород Подольского горизонта Туймазинского месторождения приведены в таблице:

$P_c$	1	3	5	7	9	11	13	15	17
-------	---	---	---	---	---	----	----	----	----



<i>N</i>	12,5	17,8	37	41,9	45	47	39	32	23
----------	------	------	----	------	----	----	----	----	----

Выполнение лабораторной работы покажем, решая следующую задачу.

Задача. Результаты наблюдений изменения средней заработной платы (тыс. руб.) и производительности труда (тыс. руб.) по цеху технологической связи ТПЭС № 1 по кварталам приведены в табл. 23.

Т а б л и ц а 1

Производительность труда, (тыс. руб.)	24,3	24,9	28,1	30,5	31,5	39,3	40,2	43,5	45,4	45,9
Средняя зарплата, (тыс. руб.)	8,2	8,6	8,7	8,9	9,1	10,6	11,3	11,8	12,9	13,1

### Выполнение работы

Для решения поставленной задачи методами корреляционного анализа определим, какой из указанных в условии показателей выбрать за факторный признак, а какой за результативный. На основании экономического анализа производственной деятельности и взаимосвязи производительности труда и средней заработной платы следует, что за факторный признак *X* следует принять производительность труда, а среднюю зарплату за результативный признак *Y*.

Для определения формулы связи между признаками *X* и *Y* в системе координат *Ox y* строим точки  $(x_i, y_i)$ , пользуясь табл. 1.

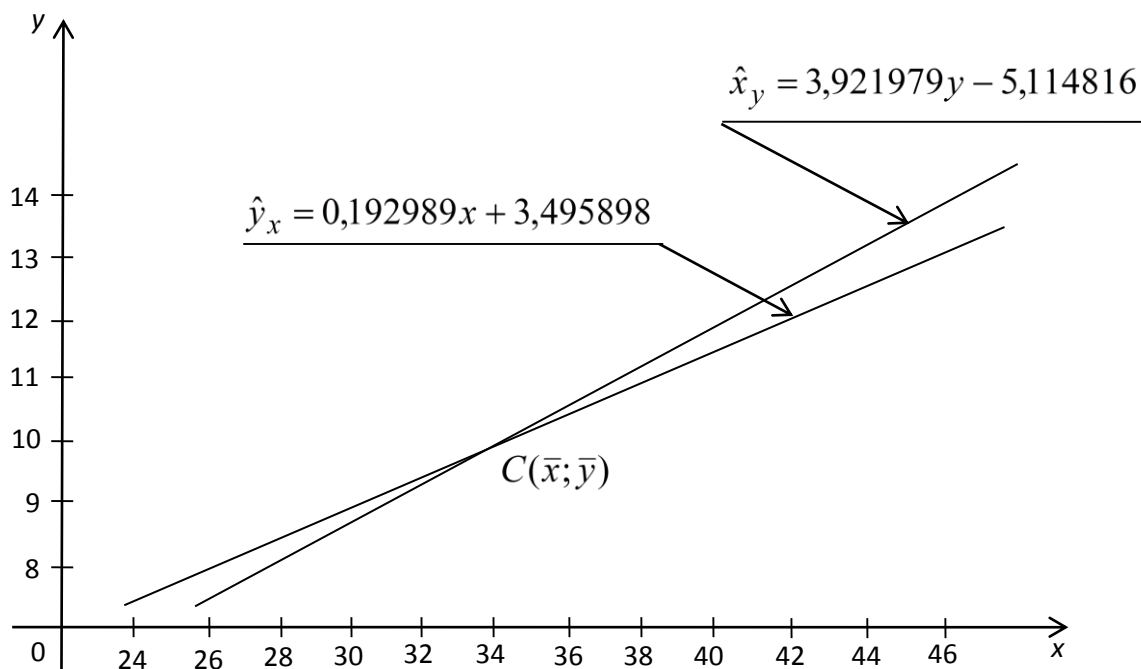


Рис. 1

Около построенных точек проводим линию тренда (пунктирная линия). По расположению точек около этой линии делаем вывод о том, что связь между производительностью труда и средней зарплатой может носить линейный характер. произведем расчет статистик  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$ ,  $S_x$ ,  $S_y$ ,  $r$ , которые войдут в уравнения линий регрессий. Составим расчетную табл. 2

Т а б л и ц а 2

$x_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$y_i$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$	$x^2$	$xy$
24,3	-11,06	122,3236	8,2	-2,12	4,4944	590,49	199,26
24,9	-10,46	109,4116	8,6	-1,72	2,9584	620,01	214,14
28,1	-7,26	52,7076	8,7	-1,62	2,6244	789,61	244,47
30,5	-4,86	23,6196	8,9	-1,42	2,0164	930,25	271,45
31,5	-3,86	14,8996	9,1	-1,22	1,4884	992,25	286,65
39,3	3,94	15,5236	10,6	0,28	0,0784	1544,49	416,58
40,2	4,84	23,4256	11,3	0,98	0,9604	1616,04	454,26
43,5	8,14	66,2596	11,8	1,48	2,1904	1892,25	513,3
45,4	10,04	100,8016	12,9	2,58	6,6564	2061,16	585,66
45,9	10,54	11,0916	13,1	2,78	7,7284	2106,81	601,29
353,6		640,064	103,2		31,196	13143,36	3787,06

Пользуясь результатами последней строки табл. 2, находим:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{10} \cdot 353,6 = 35,36 \text{ — средняя производительность труда.}$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i = \frac{1}{10} \cdot 103,2 = 10,32 \text{ — средняя зарплата сотрудников цеха технологической связи.}$$

$$\hat{S}_x^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{9} \cdot 640,064 = 71,118, \hat{S}_x = 8,43,$$

$$\hat{S}_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \frac{1}{9} \cdot 31,196 = 3,466, \hat{S}_y = 1,87,$$

$$\overline{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i = \frac{1}{10} \cdot 3787,06 = 378,71,$$

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\hat{S}_x \cdot \hat{S}_y} = \frac{378,71 - 35,36 \cdot 10,32}{8,43 \cdot 1,87} = 0,87.$$

Проверяем «значимость» коэффициента корреляции. Вычислим статистику  $t_p$  по формуле:

$$t_p = \frac{|r| \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,87 \cdot \sqrt{10-2}}{\sqrt{1-0,87^2}} = 5,02.$$

По таблице критических точек распределения Стьюдента (приложение) по уровню значимости  $\alpha = 0,05$  и числу степеней свободы  $k = n - 2 = 10 - 2 = 8$  находим  $t_T = t_{\alpha; k} = t_{0,05; 8} = 2,31$ . Так как  $t_p = 5,02 > t_T$ , то выборочный коэффициент корреляции значимо отличается от нуля. Следовательно, можно предположить, что средняя зарплата ( $Y$ ) и производительность труда ( $X$ ) рабочих связаны линейной регрессионной зависимостью. Подтверждением может служить рис. 1.

Находим доверительный интервал для выборочного коэффициента корреляции  $r$  с надежностью  $\gamma = 0,95$ . Так как объем выборки  $n = 10 < 50$ , то доверительный интервал находим по формуле (61):

$$r - t_\gamma \cdot \sigma_r \leq \hat{r} \leq r + t_\gamma \cdot \sigma_r.$$

Так как по условию надежность (доверительная вероятность)  $\gamma = 0,95$ , то по таблице функции Лапласа (приложение) находим  $t_\gamma = 1,96$ . Вычисляем среднюю квадратическую ошибку  $\sigma_r$  по формуле:

$$\sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n-2}} = \frac{1-0,87^2}{\sqrt{10-2}} = 0,08.$$

Записываем доверительный интервал:  $0,87 - 1,96 \cdot 0,08 \leq \hat{r} \leq 0,87 + 1,96 \cdot 0,08$  или  $\hat{r} \in [0,71; 1]$ . Следовательно, с вероятностью 0,95 линейный коэффициент корреляции генеральной совокупности находится в пределах от 0,71 до 1. Применительно к решаемой задаче полученный результат означает, что по имеющейся выборке следует ожидать влияние производительности труда на рост средней зарплаты работников цеха технологической связи не менее чем на 71 %.

Найдем эмпирические линейные уравнения регрессии  $y$  на  $x$  и  $x$  на  $y$ , которые являются приближенными уравнениями для истинных уравнений регрессий.

Уравнение регрессии  $y$  на  $x$ :

$$\hat{y}_x = \bar{y} + r \frac{\hat{S}_y}{\hat{S}_x} (x - \bar{x}) = 10,32 + 0,87 \cdot \frac{1,87}{8,43} (x - 35,36)$$

или  $\hat{y}_x = 0,192989x + 3,495898$ .

Уравнение регрессии  $x$  на  $y$ :

$$\hat{x}_y = \bar{x} + r \frac{\hat{S}_x}{\hat{S}_y} (y - \bar{y}) = 35,36 + 0,87 \cdot \frac{8,43}{1,87} (y - 10,32)$$

или  $\hat{x}_y = 3,921979y - 5,114819$ .

Контроль вычислений:  $a_1 b_1 = 0,192989 \cdot 3,921979 = 0,7569$ .

$r^2 = 0,87 \cdot 0,87 = 0,7569$ . Так как выполняется условие  $a_1 b_1 = r^2$ , то вычисления проведены верно.

Из уравнения  $\hat{y}_x = 0,192989x + 3,495898$  следует, что при увеличении производительности труда на 1 тыс. руб. средняя зарплата работников цеха технологической связи возрастает на 192,989 рублей. Этот результат следует учесть на предприятии при разработке мероприятий по стимулированию производственной деятельности работников цеха в условиях рыночных отношений.

Подставляя в уравнения регрессий  $\bar{x} = 35,36$  и  $\bar{y} = 10,32$ , получаем точки, координаты которых совпадают с координатами центра распределения  $C(\bar{x}, \bar{y})$ . Следовательно, линии регрессий пересекаются в точке  $C(\bar{x}, \bar{y})$ .

Находим коэффициент детерминации. Для линейной регрессии при вычисленном коэффициенте  $r$  он равен  $r^2$ . У нас  $r^2 = 0,76$ . Это означает, что 76 % рассеивания средней зарплаты работников технологического цеха связи объясняется линейной регрессионной зависимостью между средней зарплатой и производительностью труда, и только 24 % рассеивания средней зарплаты работников технологического цеха остались необъяснимыми. Такое положение могло произойти из-за того, что в модель не включены другие факторы, влияющие на изменение средней зарплаты работников технологического цеха связи, либо опытных данных в данной выборке недостаточно, чтобы построить более надежное уравнение регрессии.

Проверим адекватность уравнения линейной регрессии  $y$  на  $x$  по критерию Фишера-Снедекора. Вычислим статистики  $F_H$  по формуле:

$$F_H = \frac{R^2(n-2)}{1-R^2}, \text{ где } R^2 = 1 - \frac{\sum (y_i - \hat{y}_x)^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2}.$$

Для нахождения суммы  $\sum (y_i - \hat{y}_x)^2$  составляем табл. 3.

Т а б л и ц а 3

$y_i$	$\hat{y}_x$	$y_i - \hat{y}_x$	$(y_i - \hat{y}_x)^2$
8,2	8,18	0,02	0,0004
8,6	8,3	0,3	0,09
8,7	8,9	-0,2	0,04
8,9	9,4	-0,5	0,25
9,1	9,6	-0,5	0,25
10,6	11,1	-0,5	0,25
11,3	11,25	0,05	0,0025
11,8	11,9	-0,1	0,01
12,9	12,2	0,7	0,49
13,1	12,4	0,7	0,49
			1,8729

Из табл. 2 и 3 находим:  $\sum (y - \bar{y})^2 = 31,196$ ,  $\sum (y - \hat{y}_x)^2 = 1,8729$ . Тогда

$$R^2 = 1 - \frac{1,8729}{31,196} = 0,94, \quad F_H = \frac{0,94 \cdot (10-2)}{1-0,94} = 125,3.$$

При уровне значимости  $\alpha = 0,05$  и числах степеней свободы  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = n - 2 = 10 - 2 = 8$  по таблице критических точек распределения Фишера-Снедекора (приложение) находим  $F_T = F_{\alpha; k_1; k_2} = F_{0,05; 1; 8} = 5,32$ . Так как  $F_H = 125,3 > 5,32$ , то заключаем, что есть уравнение линейной регрессии  $\hat{y}_x = 0,192989x + 3,495898$  статистически значимо описывает результаты эксперимента.

Проведем оценку величины погрешности уравнения регрессии  $\hat{y}_x = 0,192989x + 3,495898$ . Найдем относительную погрешность  $\delta$  уравнения по формуле:

$$\delta = \frac{\sigma u}{\bar{y}} \cdot 100\%, \text{ где } \sigma u = \sqrt{Du} = \sqrt{\frac{\sum (u_i - \bar{u})^2}{n-2}}, \quad u_i = y_i - \hat{y}_x, \quad \bar{u} = \frac{1}{n} \sum (y_i - \hat{y}_x)^2.$$

Так как  $\sum (y_i - \hat{y}_x)^2 = 1,8729$ , то  $\bar{u} = 0,19$ . Для нахождения суммы  $\sum (u_i - \bar{u})^2$  составляем табл. 4.

Т а б л и ц а 4

$u_i = y_i - \hat{y}_x$	$u_i - \bar{u}$	$(u_i - \bar{u})^2$
0,02	-0,17	0,0289
0,03	-0,16	0,0256
-0,2	-0,39	0,1521
-0,5	-0,69	0,4761
-0,5	-0,69	0,4761
-0,5	-0,69	0,4761
0,05	-0,14	0,0196
-0,1	-0,29	0,0841
0,7	0,51	0,2601
0,7	0,51	0,2601

		2,2588
--	--	--------

Тогда  $\sigma_u = \sqrt{\frac{2,2588}{8}} = 0,53$ ,  $\delta = \frac{0,53}{10,32} \cdot 100\% = 5\%$ .

Так как величина  $\delta$  мала, то уравнение линейной регрессии  $\hat{y}_x = 0,192989x + 3,495898$  хорошо описывает опытные данные.

Оценим коэффициенты уравнения регрессии. У нас  $a_0 = 3,495898$ ,  $a_1 = 0,192989$ . Для нахождения отношений  $S_{a_0}/|a_0|$  и  $S_{a_1}/|a_1|$  вычислим средние квадратические ошибки коэффициентов по формулам:

$$S_{a_0} = S_{y/x} \cdot \sqrt{\frac{[x^2]}{n[x^2] - ([x])^2}}, S_{a_1} = S_{y/x} \sqrt{\frac{n}{n[x^2] - ([x])^2}}, S_{y/x} = \hat{S}_y \sqrt{1 - r^2}.$$

По табл. 2 находим:  $[x] = 353,6$ ,  $[x^2] = 13143,36$ . Учитывая, что  $n = 10$ ,  $r^2 = 0,7569$  и  $\hat{S}_y = 1,87$ , находим:

$$S_{y/x} = 1,87 \cdot \sqrt{1 - 0,7569} = 0,4931,$$

$$S_{a_0} = 0,4931 \cdot \sqrt{\frac{13143,36}{10 \cdot 13143,36 - (353,6)^2}} = 0,71,$$

$$S_{a_1} = 0,4931 \cdot \sqrt{\frac{10}{10 \cdot 13143,36 - (353,6)^2}} = 0,04.$$

Так как  $\frac{S_{a_0}}{|a_0|} = \frac{0,71}{3,495898} < 0,5$  и  $\frac{S_{a_1}}{|a_1|} = \frac{0,04}{0,192989} < 0,5$ , то коэффициенты  $a_0$  и  $a_1$  уравнения регрессии  $y$  на  $x$  значимы. Графики найденных линейных уравнений регрессий построены на рис. 1.

Таким образом, уравнение регрессии  $\hat{y}_x = 0,192989x + 3,495898$ , описывающее зависимость средней зарплаты работников цеха технологической связи от производительности труда, значимо описывает опытные данные и может быть принято для практического руководства.

### Контрольные вопросы

1. Дать определение корреляционной зависимости между двумя признаками  $X$  и  $Y$ .
2. Дать определение условной средней признака  $Y$  и записать формулу для ее нахождения.
3. Сформулировать задачи, решаемые в теории корреляции.
4. Записать систему нормальных уравнений для нахождения параметров  $a_0$  и  $a_1$  уравнения линейной регрессии  $\hat{y}_x = a_0 + a_1x$  в случае, когда опытные данные не сгруппированы в корреляционную таблицу.
5. Записать уравнения линий регрессий  $y$  на  $x$  и  $x$  на  $y$ , используя коэффициент линейной корреляции  $r$ .
6. Дать определение коэффициента линейной корреляции, сформулировать его свойства.
7. Рассказать о том, как определяется теснота линейной корреляционной связи между двумя признаками с помощью коэффициента линейной корреляции.
8. Как определяется значимость коэффициента линейной корреляции?

9. Записать доверительные интервалы для оценки коэффициента линейной корреляции при различных объемах выборки.

10. Записать формулу для нахождения коэффициента детерминации в случае парной линейной корреляции и рассказать о его назначении.

11. Рассказать о проверке адекватности уравнения линейной регрессии  $y$  на  $x$  для случая несгруппированных опытных данных.

12. Рассказать о нахождении относительной погрешности линейного уравнения регрессии  $\hat{y}_x = a_0 + a_1x$ .

13. Как производится оценка коэффициента  $a_0$  и  $a_1$  уравнения линейной регрессии  $\hat{y}_x = a_0 + a_1x$ ?

#### **Лабораторная работа №4** **Построение модельного уравнения линейной** **регрессии для сгруппированных данных**

Цель работы: овладение способами построения моделей линейной регрессии для сгруппированных данных по методу наименьших квадратов и с использованием коэффициента линейной корреляции, выработка умения и навыков оценки надежности уравнения регрессии и его коэффициентов.

Содержание работы: по опытным данным требуется:

1. Построить корреляционное поле. По характеру расположения точек в корреляционном поле выбрать общий вид функции регрессии.

2. Написать уравнение линейной регрессии  $y$  на  $x$  по методу наименьших квадратов и с использованием коэффициента корреляции  $r$ . Сравнить полученные уравнения и сделать вывод о выборке одного из них.

3. Оценить тесную связь между признаками  $X$  и  $Y$  с помощью выборочного коэффициента корреляции  $r$  и его значимость.

4. Проверить адекватность модельного уравнения регрессии  $y$  на  $x$ , записанного через коэффициент корреляции  $r$ .

5. Проверить надежность уравнения регрессии на  $x$ , записанного через коэффициент корреляции  $r$  и его коэффициентов.

6. Построить уравнения регрессий в первоначальной системе координат.

#### **Демовариант**

Фонтанную скважину исследовали на приток нефти ( $y$ ). При различных режимах работы с замерами забойных давлений ( $x$ ) глубинным манометром. Данные замеров приведены в корреляционной таблице:

$x \backslash y$	125	135	145	155	165	175	185	195	205	$n_x$
11	2	2	1							5
12	2	5	4	2	1					14
13	1	3	8	6	5	2				25
14		1	5	13	10	5	1			35
15			1	9	20	8	3	1		42
16				3	9	14	5	1		32

17				1	4	7	9	3	1	25
18					2	3	4	6	2	17
19						1	2	1	3	7
$n_y$	5	11	19	34	51	40	24	12	6	202

*Задача. Валики при черновой обработке на станке №1 передаются последовательно на станок №2 для чистовой обработки. Экспериментатор, изучающий зависимость между отклонениями размеров валиков от номинала при черновой обработке (мкм), от номинала при чистовой обработке (мкм) произвел измерения отклонений у 50 случайно отобранных валиков. Результаты измерений сведены в табл. 1.*

Таблица 1

$y \backslash x$	-30	-20	-10	0	$n_y$
-8	1				1
-4	4	1			5
0	1	15	1		17
4		2	13		15
8			2	1	3
12				9	9
$n_x$	6	18	16	10	50

Выполнение работы.

Пусть признак  $X$  характеризует отклонение размеров валиков от номинала при черновой обработке, а признак  $Y$  отклонение размеров валиков от номинала при чистовой обработке. Используя данные табл. 1, строим корреляционное поле (рис. 1).

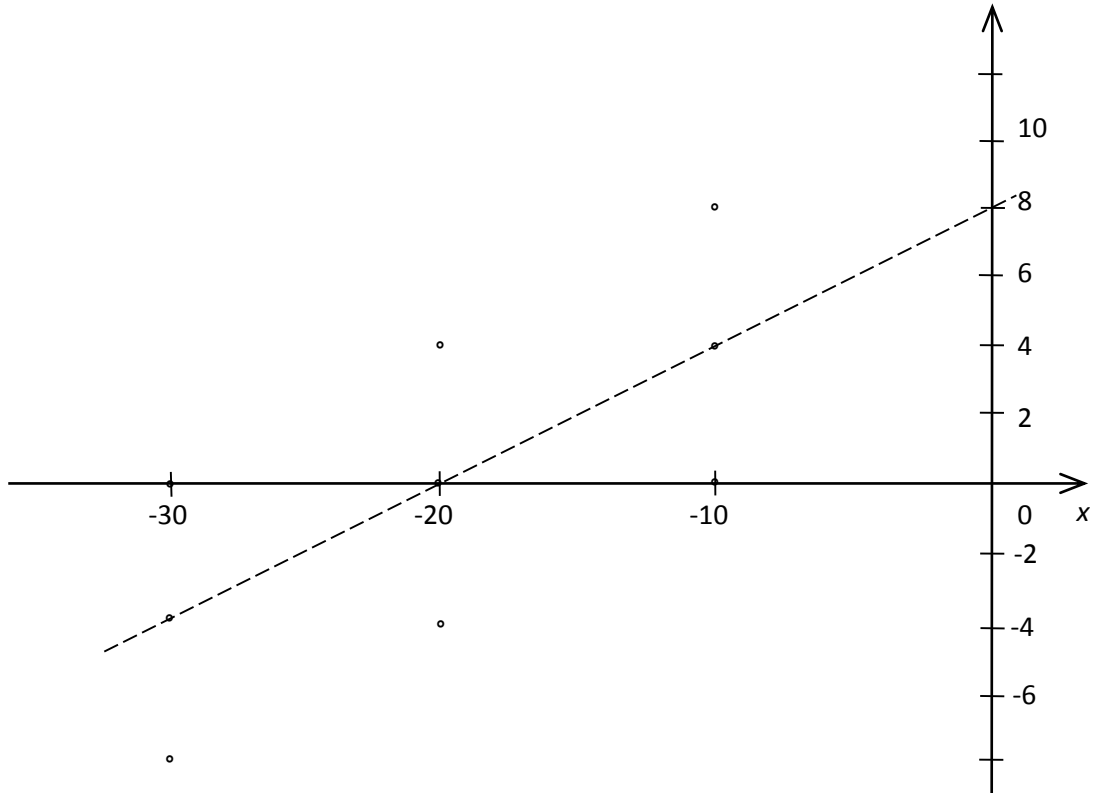


Рис. 1

Проведя линию тренда (пунктирная линия), видим, что число точек, расположенных над и под ней, практически одинаково, причем расстояния этих точек до линии тренда одинаковые. Это дает основание предположить наличие линейной зависимости между признаками  $X$  и  $Y$ . Для подтверждения этой гипотезы перейдем от денного распределения к новому, найдя для каждого значения признак  $X$  условное среднее признака  $Y$  по формуле:

$$\bar{y}_{x_j} = \frac{\sum n_{ij} y_i}{n_{x_j}}.$$

$$\text{При } x_1 = -30, \bar{y}_{x_1} = \frac{1 \cdot (-8) + 4 \cdot (-4) + 1 \cdot 0}{6} = -4.$$

$$\text{При } x_2 = -20, \bar{y}_{x_2} = \frac{1 \cdot (-4) + 15 \cdot 0 + 2 \cdot 4}{18} = 0,2.$$

$$\text{При } x_3 = -10, \bar{y}_{x_3} = \frac{1 \cdot 0 + 13 \cdot 4 + 2 \cdot 8}{16} = 4,3.$$

$$\text{При } x_4 = 0, \bar{y}_{x_4} = \frac{1 \cdot 8 + 9 \cdot 12}{10} = 11,6.$$

Строим точки с координатами  $(x_j; \bar{y}_{x_j})$  (рис. 2).



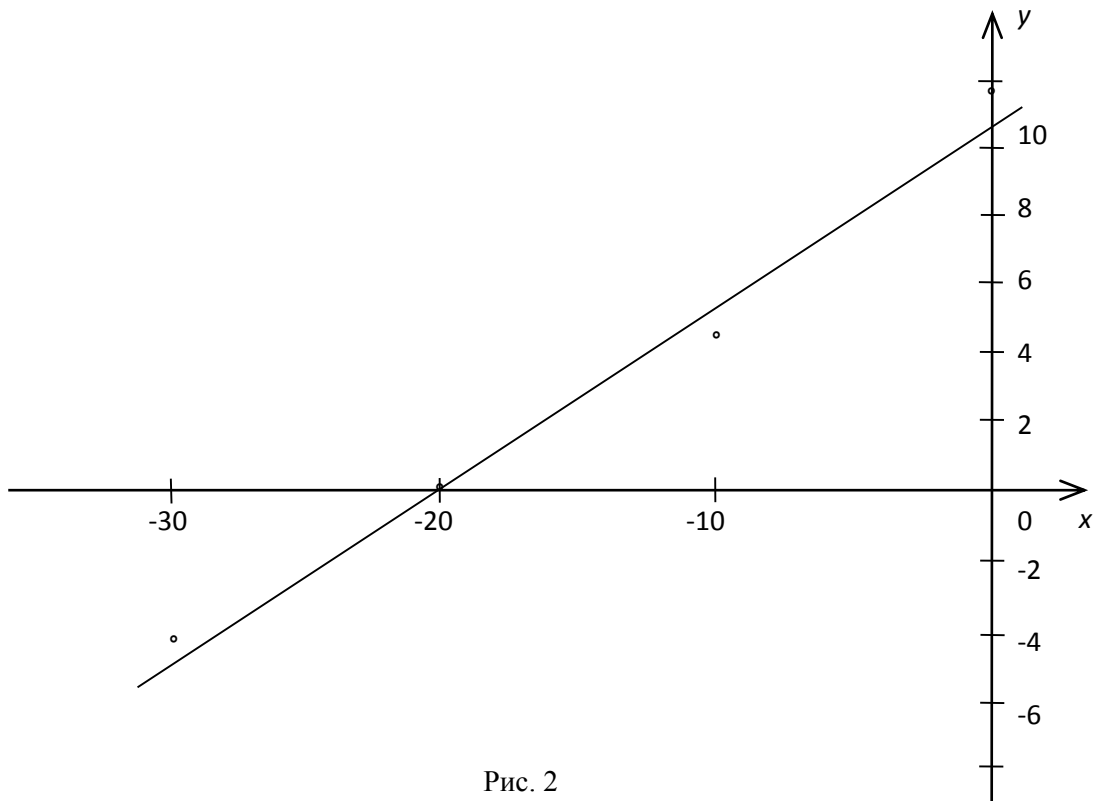


Рис. 2

Из рис. 2 видно, что отклонения точек от построенной прямой незначительны. Следовательно, связь между признаками  $X$  и  $Y$  может носить линейный характер. Составим уравнения линий регрессий  $y$  на  $x$  по методу наименьших квадратов и через коэффициент линейной корреляции  $r$ .

Применим метод наименьших квадратов к нахождению коэффициентов  $a_0$  и  $a_1$  уравнения линейной регрессии  $\hat{y}_x = a_1x + a_0$ . Решаем систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} na_0 + a_1[n_x x] = [n_y y] \\ a_0[n_x x] + a_1[n_x x^2] = [n_{xy} xy] \end{cases}$$

Для нахождения сумм, входящих в систему составляем табл. 28.

Таблица 2

$y \backslash x$	-30	-20	-10	0	$n_y$	$n_y y$
-8	1				1	-8
-4	4	1			5	-20
0	1	15	1		17	0
4		2	13		15	60
8			2	1	3	24
12				9	9	108
$n_x$	6	18	16	10	50	164
$n_x x$	-180	-360	-160	0	-700	
$n_x x^2$	5400	7200	1600	0	14200	
$n_{xy} xy$	720	-80	-680	0	-40	

Пользуясь табл. 2, записываем и решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 50a_0 - 700a_1 = 164 \\ -700a_0 + 14200a_1 = -40 \end{cases}, a_1 = 0,512728, a_0 = 10,458192$$

Тогда уравнение линейной регрессии запишется в виде

$$\hat{y}_x = 0,512728x + 10,458192 (*)$$

Найдем уравнение линейной регрессии  $y$  на  $x$  по формуле, используя коэффициент линейной корреляции:

$$\hat{y}_x = \bar{y} + r \frac{S_y}{S_x} (x - \bar{x}).$$

Так как данные выборки для признаков  $X$  и  $Y$  заданы в виде корреляционной таблицы и объем выборки  $n = 50$ , то для нахождения величин, входящих в уравнение регрессии, переходим к вспомогательному распределению с условными вариантами  $u_i$  и  $v_i$ . По корреляционной табл.1 находим наибольшую частоту совместного появления признаков  $X$  и  $Y$ :  $n_{32} = 15$ . Тогда  $C_1 M_0 X = -20$ ,  $C_2 = M_0 Y = 0$ ,  $h_1 = 10$ ,  $h_2 = 4$ . Составляем корреляционную табл. 3 в условных вариантах.

Таблица 3

$v \backslash u$	-1	0	1	2	$n_v$
-2	1				1
-1	4	1			5
0	1	15	1		17
1		2	13		15
2			2	1	3
3				9	9
$n_u$	6	18	16	10	50

По табл. 3 находим:

$$\bar{u} = \frac{1}{n} \sum n_{u_j} u_j = \frac{1}{50} (6 \cdot (-1) + 18 \cdot 0 + 16 \cdot 1 + 10 \cdot 2) = 0,6,$$

$$\bar{v} = \frac{1}{n} \sum n_{v_i} v_i = \frac{1}{50} (1 \cdot (-2) + 5 \cdot (-1) + 17 \cdot 0 + 15 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 9 \cdot 3) = 0,8,$$

$$\overline{u^2} = \frac{1}{n} \sum n_{u_j} u_j^2 = \frac{1}{50} (6 \cdot (-1)^2 + 18 \cdot 0^2 + 16 \cdot 1^2 + 10 \cdot 2^2) = 1,24,$$

$$\overline{v^2} = \frac{1}{n} \sum n_{v_i} v_i^2 = \frac{1}{50} (1 \cdot (-2)^2 + 5 \cdot (-1)^2 + 17 \cdot 0^2 + 15 \cdot 1^2 + 3 \cdot 2^2 + 9 \cdot 3^2) = 2,34$$

Тогда  $S_u = \sqrt{\overline{u^2} - (\bar{u})^2} = \sqrt{1,24 - 0,36} = 0,94$

$$S_v = \sqrt{\overline{v^2} - (\bar{v})^2} = \sqrt{2,34 - 0,64} = 1,3.$$

Для нахождения суммы  $\sum n_{u_j v_i} u_j v_i$  составляем табл. 4.

Таблица 4

$v \backslash u$	-1	0	1	2	
-2	1 2				2
-1	4				4

	1				
0					
1			13		13
2			1	1	8
3			2	4	54
	6		17	58	81

Тогда:

$$r_g = \frac{81 - 50 \cdot 0,6 \cdot 0,8}{50 \cdot 0,94 \cdot 1,3} = 0,93,$$

$$\bar{x} = \bar{u}h_1 + C_1 = 0,6 \cdot 10 - 20 = -14,$$

$$\bar{y} = \bar{v}h_2 + C_2 = 0,8 \cdot 4 + 0 = 3,2,$$

$$S_x = S_u \cdot h_1 = 0,94 \cdot 10 = 9,4, \quad S_y = S_v \cdot h_2 = 1,3 \cdot 4 = 5,2.$$

Записываем уравнение линий регрессий:

$$\hat{y}_x = 3,2 + 0,93 \frac{5,2}{9,4} (x + 14)$$

или

$$\hat{y}_x = 0,514468x + 10,40255 \text{ — } Y \text{ на } X.$$

$$\hat{x}_y = -14 + 0,93 \frac{9,4}{5,2} (y - 3,2)$$

или

$$\hat{x}_y = 1,681154y - 19,37969 \text{ — } X \text{ на } Y.$$

Проверяем тесноту связи между признаками  $X$  и  $Y$ . Воспользуемся критерием Стьюдента. Вычисляем статистику

$$t_H = \frac{|r_g| \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_g^2}} = \frac{0,93 \sqrt{50-2}}{\sqrt{1-0,93^2}} = 17,5.$$

При уровне значимости  $\alpha = 0,05$  и числе степеней свободы  $k = n - 2 = 50 - 2 = 48$  находим по таблице распределения Стьюдента  $t_{\alpha;k} = t_{0,05;48} = 2,01$ . Так как  $t_H = 17,5 > 2,01$ , то выборочный коэффициент линейной корреляции  $r_g$  значимо отличается от нуля. Следовательно, можно считать, что отклонение размеров валиков от номинала при черновой обработке на станке №1 и отклонение размеров валиков от номинала при чистовой обработке на станке №2 связаны линейной корреляционной зависимостью. Дадим интерпретацию, например, уравнению регрессии  $Y$  на  $X$ . Из уравнения регрессии видно, что при отклонении от нормальных размеров валиков при черновой обработке ( $x_j$ ), например, на 10 мкм на станке №1 отклонение от нормального размера валиков при последующей чистовой обработке на станке №2 составит  $y_i = 10 \cdot 0,514468 = 5,14468 \approx 5,1$  мкм. Это результат воздействия отклонений при черновой обработке валиков на станке №1. Фактически отклонение может составить  $y = 5,14468 + 10,40255 = 15,54723$  мкм, что является результатом воздействия неучтенных в модели факторов, не зависящих от отклонений при черновой обработке. Уравнения линий регрессий построены на рис. 9.

Проверим полученное уравнение регрессии  $Y$  на  $X$  на адекватность по критерию Фишера-Снедекора. Вычислим статистику

$$F_H = \frac{Q_R(n-2)}{Q_e(k-1)}.$$

Составим расчетные табл. 5 и 6.

Т а б л и ц а 5

$y_i$	$y_i - \bar{y}$	$(y_i - \bar{y})^2$
-8	-11,2	125,44
-4	-7,2	51,84
0	-3,2	10,24
4	0,8	0,64
8	4,8	23,04
12	8,8	77,44
		$Q = 288,64$

Т а б л и ц а 6

$\bar{y}_{x_i}$	$(\bar{y}_{x_i} - \bar{y})$	$(\bar{y}_{x_i} - \bar{y})^2$
-4	-7,2	51,84
0,2	-3	9
4,3	1,1	1,21
11,6	8,4	70,56
		$Q_R = 132,61$

Находим  $Q_e = Q - Q_R = 288,64 - 132,61 = 156,03$ . По условию  $n = 50$ ,  $k = 4$ . Тогда

$$F_H = \frac{132,61 \cdot (50-2)}{156,03 \cdot (4-1)} = 13,03.$$

При уровне значимости  $\alpha = 0,05$  и числах степеней свободы  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = n - 2 = 50 - 2 = 48$  по таблице критических точек распределения Фишера-Снедекора находим  $F_T = 4,05$ . Так как  $F_H = 13,03 > 4,05$ , то модель линейной регрессии  $\hat{y}_x = 0,514468x + 10,40255$  согласуется с опытными данными.

Итак, мы получили два уравнения линейной регрессии  $y$  на  $x$ , описывающих зависимость между признаками  $X$  и  $Y$ . При подстановке в каждое из них опытных значений признака  $X$  убеждаемся в том, что уравнение (\*), полученное по методу наименьших квадратов без использования коэффициента линейной корреляции  $r$ , дает лучшие значения признака  $Y$ . Однако практика решения инженерных задач, связанных с построением однофакторных моделей линейной регрессии показывает, что не всегда уравнения, полученные без применения коэффициента корреляции  $r$ , лучше уравнений с его применением. Поэтому, проводя моделирование в случае сгруппированных экспериментальных данных, следует строить обе модели линейной регрессии и выбирать лучшую из них.

### Контрольные вопросы

1. Записать систему нормальных уравнений для нахождения коэффициентов  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  уравнения регрессии  $\hat{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2$  в случае не сгруппированных опытных данных.
2. Записать система нормальных уравнений для нахождения коэффициентов  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  уравнения регрессии  $\hat{y}_x = a_0 + a_1x + a_2x^2$  в случае сгруппированных опытных данных.
3. Записать системы нормальных уравнений для нахождения коэффициентов  $a_0$  и  $a_1$  уравнений регрессий  $\hat{y}_x = a_0 + \frac{a_1}{x}$  и  $\hat{y}_x = \frac{1}{a_0 + a_1x}$ .
4. Рассказать о применении необходимых условий выбора одной из предполагаемых нелинейных зависимостей.
5. Записать формулу нахождения значения  $y$  методом линейного интерполирования для значения  $x$ , отсутствующего в таблице опытных данных.

6. Рассказать о применении метода конечных разностей для выбора одной из предполагаемых нелинейных зависимостей.
7. Рассказать об установлении тесноты связи между признаками в случае нелинейной зависимости с помощью корреляционного отношения и индекса корреляции.
8. Как осуществляется проверка адекватности нелинейной регрессионной модели?

### Лабораторная работа № 5 Нелинейная корреляционная зависимость

Цель работы: овладение способами выбора модельного уравнения нелинейной регрессии, выработка умения и навыков расчета параметров уравнения, проверка его надежности.

Содержание работы: На основании опытных данных требуется:

1. Построить корреляционное поле. По характеру расположения точек в корреляционном поле подобрать вид функции регрессии.
2. Написать уравнение функции регрессии.
3. Определить тесноту корреляционной связи между рассматриваемыми признаками.
4. Проверить адекватность модели.
5. Построить кривую регрессии в системе координат.

#### Демовариант

Данные зависимости мощности на долоте  $N$  (кВт) от осевой статистической нагрузки на забой  $P_c$  (тс) при бурении пород Подольского горизонта Туймазинского месторождения приведены в таблице:

$P_c$	1	3	5	7	9	11	13	15	17
$N$	12,5	17,8	37	41,9	45	47	39	32	23

*Задача. При обработке металлов резанием устанавливается зависимость резания металла от различных характеристик резца и стружки. Зависимость скорости резания  $v$  (м/мин.) и площади поперечного сечения стружки  $S$  (мм<sup>2</sup>) при обработке хромоникелевой стали задана табл. 1.*

Таблица 1

$x = S$	1,1	1,4	1,7	2,1	2,6	4,7	6,1	7,0	10	12,8
$y = v$	25	22,7	22,1	19,8	17	12,3	10,7	10	8,2	6,7

#### Выполнение работы

В системе координат  $Oxy$  ( $OSv$ ) строим корреляционное поле (рис. 1).

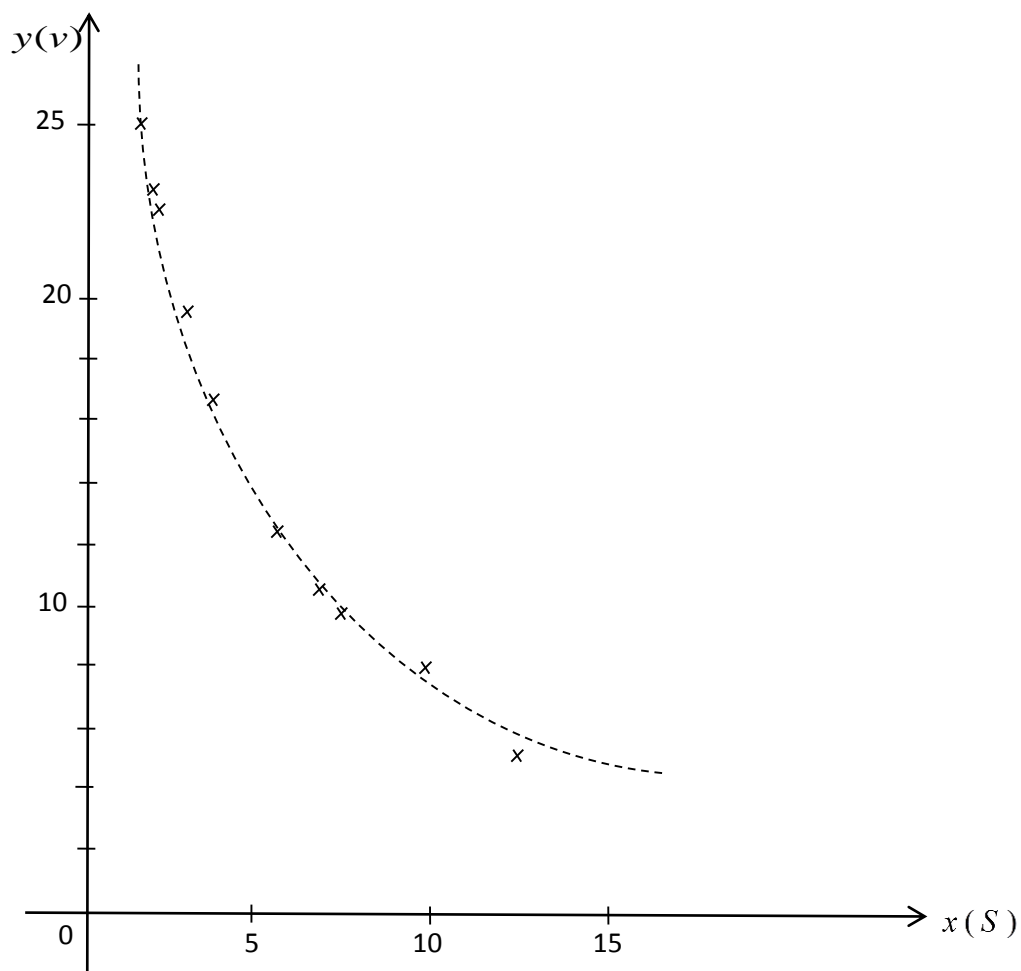


Рис. 1

По расположению точек в корреляционном поле видно, что около них можно провести ветвь гиперболы. Следовательно, уравнение функции регрессии будем искать в виде  $\hat{y}_x = a_0 + \frac{a_1}{x}$  или  $\hat{y}_x = \frac{1}{a_0 + a_1 x}$ . Для выбора одного из этих уравнений применим необходимые условия.

Для формулы  $y = a + \frac{b}{x}$  по табл. 1а

Таблица 1а

Необходимые условия	Вид формулы	Способ выравнивания (приведения к линейной зависимости)
$y\left(\frac{x_1+x_n}{2}\right) = \frac{y(x_1)+y(x_n)}{2}$	$y = ax + b$	
$y(\sqrt{x_1 \cdot x_n}) = \sqrt{y(x_1) \cdot y(x_n)}$	$y = a \cdot x^b$	$Y = AX + B, X = \lg x,$ $Y = \lg y, A = \lg a, B = \lg b$
$y\left(\frac{x_1+x_n}{2}\right) = \sqrt{y(x_1) \cdot y(x_n)}$	$y = a \cdot b^x$	$Y = AX + B, X = x,$ $Y = \lg y, A = \lg a, B = \lg b$
$y\left(\frac{2x_1x_n}{x_1+x_n}\right) = \frac{y(x_1)+y(x_n)}{2}$	$y = a + \frac{b}{x}$	$Y = AX + B, X = x, Y = xy$
$y\left(\frac{x_1+x_n}{2}\right) = \frac{2y(x_1) \cdot y(x_n)}{y(x_1)+y(x_n)}$	$y = \frac{1}{ax+b}$	$Y = AX + B, X = x, Y = \frac{1}{y}$

$y(\sqrt{x_1 \cdot x_n}) = \frac{y(x_1)+y(x_n)}{2}$	$y = a \lg x + b$	$Y = AX + B, X = \lg x, Y = y$
---	-------------------	--------------------------------

проверяем выполнение равенства  $y\left(\frac{2x_1x_n}{x_1+x_n}\right) = \frac{y(x_1)+y(x_n)}{2}$ .

$$y\left(\frac{2x_1x_n}{x_1+x_n}\right) = y\left(\frac{2x_1x_{10}}{x_1+x_{10}}\right) = y\left(\frac{2 \cdot 1,1 \cdot 12,8}{1,1+12,8}\right) = y(2,02).$$

Значение  $y(2,02)$  находим линейным интерполированием по формуле

$$y(x) = y(x_1) + \frac{y(x_2)-y(x_1)}{x_2-x_1}(x-x_1):$$

$$y(2,02) = y(1,7) + \frac{y(2,1)-y(1,7)}{2,1-1,7}(2,02-1,7) = 22,1 + \frac{19,8-22,1}{0,4} \cdot 0,32 = 20,26.$$

$$\frac{y(x_1)+y(x_n)}{2} = \frac{y(1,1)+y(12,8)}{2} = \frac{25+6,7}{2} = 15,85.$$

Вычисляем отклонение  $\Delta_1: \Delta_1 = |15,85 - 20,26| = 4,41$ . Для формулы  $y = \frac{1}{ax+b}$  проверяем

выполнение равенства  $y = \left(\frac{x_1+x_n}{2}\right) = \frac{2y(x_1) \cdot y(x_n)}{y(x_1)+y(x_n)}$ .

$$y = \left(\frac{x_1+x_n}{2}\right) = y\left(\frac{x_1+x_{10}}{2}\right) = y\left(\frac{1,1+12,8}{2}\right) = y(6,95).$$

Значение  $y(6,95)$  находим линейным интерполированием:

$$y(6,95) = y(6,1) + \frac{y(7)-y(6,1)}{7-6,1}(6,95-6,1) = 10,7 + \frac{10-10,7}{0,9} \cdot 0,85 = 10,04.$$

$$\frac{2y(x_1) \cdot y(x_n)}{y(x_1)+y(x_n)} = \frac{2y(1,1) \cdot y(12,8)}{y(1,1)+y(12,8)} = \frac{2 \cdot 25 \cdot 6,7}{25+6,7} = 10,57$$

Вычисляем отклонение  $\Delta_2: \Delta_2 = |10,57 - 10,04| = 0,53$ . Так как  $\Delta_2 = 0,53 < \Delta_1$ , то по методу необходимых условий выбираем формулу  $y = \frac{1}{ax+b}$ .

Произведем выбор одной из выше рассматриваемых формул по методу конечных разностей.

Пусть  $y = a + \frac{b}{x}$ . Сводим эту зависимость к линейной  $Y = AX + B$ , где  $X = x$ ,  $Y = xy$  (смотри таблицу). Вычисляем отношения  $\Delta Y / \Delta X$ . Составляем расчетную таблицу 2.

Таблица 2

$X = x$	1,1	1,4	1,7	2,1	2,6	4,7	6,1	7,0	10	12,8
$y$	25	22,7	22,1	19,8	17	12,3	10,7	10	8,2	6,7
$Y = xy$	27,5	31,78	37,57	41,58	44,2	57,81	65,27	70	82	85,76
$\Delta Y$	4,28	5,79	4,01	2,62	13,61	7,46	4,73	12	3,76	
$\Delta X$	0,3	0,3	0,4	0,5	2,1	1,4	0,9	3	2,8	
$\frac{\Delta Y}{\Delta X}$	14,27	19,3	10,02	5,24	6,48	5,33	5,26	4	1,34	

Рассмотрим зависимость  $y = \frac{1}{ax+b}$ . Пользуясь таблицей 1а, сводим нелинейную зависимость к линейной  $Y = AX + B$ , где  $X = x$ ,  $Y = \frac{1}{y}$ . Для нахождения отношений  $\Delta Y / \Delta X$  составляем расчетную таблицу 3.

Таблица 3

$X = x$	1,1	1,4	1,7	2,1	2,6	4,7	6,1	7,0	10	12,8
---------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	----	------

$y$	25	22,7	22,1	19,8	17	12,3	10,7	10	8,2	6,7
$Y = \frac{1}{y}$	0,04	0,044	0,045	0,05	0,059	0,081	0,093	0,1	0,12	0,15
$\Delta Y$	0,004	0,001	0,005	0,009	0,022	0,012	0,007	0,02	0,03	
$\Delta X$	0,3	0,3	0,4	0,5	2,1	1,4	0,9	3	2,8	
$\Delta Y / \Delta X$	0,013	0,003	0,012	0,018	0,01	0,008	0,008	0,007	0,011	

Отношения  $\frac{\Delta Y}{\Delta X}$ , полученные для формулы  $y = \frac{1}{ax+b}$  мало отличаются друг от друга, чем для формулы  $y = a + \frac{b}{x}$ . Поэтому по методу конечных разностей в качестве лучшей выбираем формулу  $y = \frac{1}{ax+b}$ . К такому же выводу мы пришли, применяя метод необходимых условий. Итак, зависимость скорости резания от площади поперечного сечения стружки при обработке хромоникелевой стали выражается формулой  $\hat{y}_x = \frac{1}{ax+b}$ . Оценки  $a$  и  $b$  неизвестных параметров истинного уравнения регрессии находим, решая систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 [x] = \left[ \frac{1}{y} \right] \\ a_0 [x] + a_1 [x^2] = \left[ \frac{x}{y} \right] \end{cases}$$

Для начисления сумм, входящих в систему, составляем расчетную табл. 4.

Таблица 4

$x$	$y$	$1/y$	$x/y$	$x^2$
1,1	25	0,04	0,044	1,21
1,4	22,7	0,044053	0,061674	1,96
1,7	22,1	0,045549	0,076923	2,89
2,1	19,8	0,050505	0,106061	4,41
2,6	17	0,058824	0,152941	6,76
4,7	12,3	0,081301	0,382114	22,09
6,1	10,7	0,093458	0,570093	37,21
7,0	10	0,1	0,7	49
10	8,2	0,121951	1,21951	100
12,8	6,7	0,149254	1,910448	163,84
39,6		0,784595	5,223764	389,37

Решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 10a_0 + 39,6a_1 = 0,784595 \\ 39,6a_0 + 389,37a_1 = 5,223764 \end{cases}, a_0 = 0,04282, a_1 = 0,009.$$

Уравнение регрессии примет вид:

$$\hat{y}_x = \frac{1}{0,09x + 0,04282}.$$

Оценим силу корреляционной связи между скоростью резания и площадью поперечного сечения стружки хромоникелевой стали. Вычислим индекс корреляции по формуле (84):



$$i = \sqrt{1 - \frac{\hat{S}_{yx}^2}{\hat{S}_y^2}}, \text{ где } \hat{S}_{yx}^2 = \frac{1}{n-1} \sum (y_i - \bar{y}_x)^2, \hat{S}_y^2 = \frac{1}{n-1} \sum (y_i - \bar{y})^2 \text{ (так как } n=10 < 50).$$

Для нахождения  $S_{yx}^2$  и  $\hat{S}_y^2$  составляем расчетную табл. 5.

Т а б л и ц а 5

$x_i$	$y_i$	$\hat{y}_x$	$(y - \hat{y}_x)^2$	$(y - \bar{y})^2$
1,1	25	19	36	91,2025
1,4	22,7	18	22,09	52,5625
1,7	22,1	17,2	24,01	44,2225
2,1	19,8	16,2	12,96	18,9225
2,6	17	15,1	3,61	2,4025
4,7	12,3	11,7	0,36	9,9225
6,1	10,7	10,2	0,25	22,5625
7,0	10	9,4	0,36	29,7025
10	8,2	7,5	0,49	52,5625
12,8	6,7	6,3	0,16	76,5625
			100,29	400,625

Тогда  $i = \sqrt{1 - \frac{11,14333}{44,45139}} = 0,86$ .

Связь между скоростью резания и площадью поперечного сечения стружки хромоникелевой стали сильная.

Проверяем адекватность полученного уравнения регрессии по критерию Фишера-Снедекора. Находим статистику

$$F_H = \frac{i^2(n-2)}{1-i^2} = \frac{0,86^2(10-2)}{1-0,86^2} = 22,7.$$

При уровне значимости  $\alpha = 0,05$  и числах степеней свободы  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = n - 2 = 10 - 2 = 8$  по таблице критических точек распределения Фишера-Снедекора находим  $F_T = F_{\alpha; k_1; k_2} = F_{0,05; 1; 8} = 5,32$ . Так как  $F_H = 22,7 > 5,32$ , то модель адекватна.

Следовательно, зависимость скорости резания от площади поперечного сечения стружки при обработке хромоникелевой стали по данным выборки описывается уравнением

$$\hat{y}_x = \frac{1}{0,009x + 0,04282}.$$

### Лабораторная работа №6

#### Статистические методы изучения инвестиций

Цель работы: овладеть статистическими методами.

#### Задание 1

Для анализа инвестирования предприятиями собственных средств в регионе проведена 10%-ная механическая выборка, в результате которой получены следующие данные (таб.1):

Номер предприятия	Нераспределенная прибыль, млн.руб.	Инвестиции в основные фонды, млн.руб.
1	2,2	0,06
2	2	0,04
3	4,3	0,44
4	5,0	0,60
5	6,0	0,90

6	2,3	0,12
7	3,6	0,20
8	4,2	0,36
9	5,8	0,80
10	4,7	0,60
11	2,5	0,18
12	3,8	0,40
13	4,5	0,53
14	4,8	0,65
15	4,4	0,42
16	5,4	0,70
17	5,2	0,50
18	4,1	0,35
19	3,3	0,20
20	5,6	0,70
21	3,9	0,40
22	4,8	0,73
23	4,5	0,62
24	4,7	0,70
25	3,4	0,30

По данным таблицы 1:

1. Постройте статистический ряд распределения предприятий по размеру нераспределенной прибыли, образовав 4 группы предприятий с равными интервалами, и охарактеризуйте их числом предприятий и долей предприятий. Постройте графики ряда распределения: гистограмму и полигон распределения.

2. Рассчитайте по ряду распределения:

- среднюю;
- дисперсию;
- среднеквадратическое отклонение;
- коэффициент вариации;
- с вероятностью 0,954 возможные размеры нераспределенной прибыли на предприятиях региона.

### **Задание 2**

По данным таблицы 1:

1) Произведите для изучения зависимости между размером нераспределенной прибыли и инвестициями в основной капитал аналитическую группировку предприятий по факторному признаку (нераспределенной прибыли), образовав 4 группы предприятий с равными интервалами (см. задание 1. п.1), рассчитав по каждой группе:

- число предприятий;
- размер нераспределенной прибыли – всего и в среднем на 1 предприятие;
- размер инвестиций – всего и в среднем на 1 предприятие;
- долю инвестиций в объеме нераспределенной прибыли.

Результаты представьте в сводной таблице. Дайте анализ показателей и сделайте выводы.

2) Измерьте тесноту связи между признаками, исчислив коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение. Поясните их результаты.

### **Задание 3**

В отчетном периоде имеются данные по районам области об использовании инвестиций на капитальное строительство объектов производственного назначения:

Район	Всего использовано инвестиций,	Доля ср-в предприятий в объеме использованных
-------	--------------------------------	---

	тыс.руб.	инвестиций, %
I	3000	50
II	1400	40
III	600	15

Определите средний процент средств предприятий в объеме использованных инвестиций по 3 районам области.

#### **Задание 4**

Динамика инвестиций в отрасли промышленности города характеризуется данными:

Год	Темпы роста к предыдущему году, %
1999	102
2000	104
2001	103
2002	106

Определите:

1. Базисные темпы роста и прироста к 1998 г.
2. Среднегодовой темп роста и прироста.
3. Спрогнозируйте базисные темпы роста инвестиций на 2003, 2004 гг. при условии сохранения среднегодового темпа роста на уровне предыдущего периода.

Сделайте выводы.

#### *Решение работы*

Для анализа инвестирования предприятиями собственных средств в регионе проведена 10%-ная механическая выборка, в результате которой получены следующие данные (таб.1):

Номер предприятия	Нераспределенная прибыль, млн.руб.	Инвестиции в основные фонды, млн.руб.
1	2,2	0,06
2	2	0,04
3	4,3	0,44
4	5,0	0,60
5	6,0	0,90
6	2,3	0,12
7	3,6	0,20
8	4,2	0,36
9	5,8	0,80
10	4,7	0,60
11	2,5	0,18
12	3,8	0,40
13	4,5	0,53
14	4,8	0,65
15	4,4	0,42
16	5,4	0,70
17	5,2	0,50
18	4,1	0,35
19	3,3	0,20
20	5,6	0,70
21	3,9	0,40
22	4,8	0,73
23	4,5	0,62
24	4,7	0,70
25	3,4	0,30

По данным таблицы 1 :

1. Постройте статистический ряд распределения предприятий по размеру нераспределенной прибыли, образовав 4 группы предприятий с равными интервалами, и охарактеризуйте их числом предприятий и долей предприятий. Постройте графики ряда распределения: гистограмму и полигон распределения.

2. Рассчитайте по ряду распределения:

а) среднюю;

б) дисперсию;

в) среднеквадратическое отклонение;

г) коэффициент вариации;

д) с вероятностью 0,954 возможные размеры нераспределенной прибыли на предприятиях региона.

Решение

1) Построим статистический ряд распределения по признаку нераспределенной прибыли, образовав 4 групп с равными интервалами.

Для того чтобы произвести группировку, вычислим величину группировочного интервала по формуле:

$$i = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{n}, \text{ где}$$

$i$  – величина интервала;

$X_{\max}$  и  $X_{\min}$  – соответственно максимальное и минимальное значение выпуска продукции;

$n$  – число образуемых групп;

$$i = \frac{6,0 - 2,0}{4} = 1 \text{ млн. руб.}$$

Образует группы предприятий, которые отличаются друг от друга по нераспределенной прибыли на эту величину:

I группа  $2,0+1=3,0$  млн. руб.

II группа  $3+1=4,0$  млн. руб.

III группа  $4+1=5,0$  млн. руб.

IV группа  $5+1=6,0$  млн. руб.

Группировку проведем в рабочей таблице 2

Таблица 2. Рабочая таблица с группировкой распределения

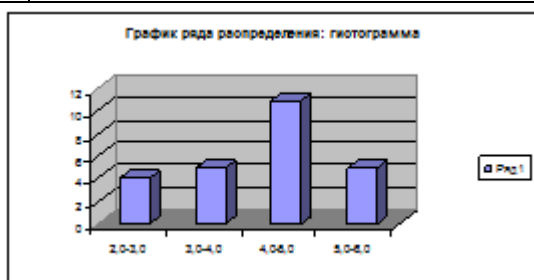
Группы	Группы предприятий по нераспределенной прибыли, млн.руб.	Номер предприятия	Нераспределенная прибыль, млн.руб.	Доля предприятий
1	2	3	4	5
I	2,0-3,0	1	2,2	4/25
		2	0,04	
		6	2,3	
		11	2,5	
Итого	4			
II	3,0-4,0	7	3,6	5/25=1/5
		12	3,8	
		19	3,3	
		21	3,9	
		25	3,4	
Итого	5			
III	4,0-5,0	3	4,3	11/25
		4	5,0	

		8	4,2	
		10	4,7	
		13	4,5	
		14	4,8	
		15	4,4	
		18	4,1	
		22	4,8	
		23	4,5	
		24	4,7	
Итого	11			
IV	5,0-6,0	5	6,0	5/25=1/5
		9	5,8	
		16	5,4	
		17	5,2	
		20	5,6	
Итого	5			
Итого всего	25			

В результате группировки получили следующий ряд распределения:

Таблица 3. Ряд распределения

Группы	Группы предприятий по нераспределенной прибыли, млн.руб	Число предприятий	$f_{\text{н.з.к}}$
I	2,0-3,0	4	4
II	3,0-4,0	5	9
III	4,0-5,0	11	20
IV	5,0-6,0	5	25



Построим график полигон:



2) Рассчитаем характеристики ряда распределения. Для расчета средней используем формулу средней арифметической взвешенной:

$$x = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{104,5}{25} = 4,18$$

А) млн.руб.

Расчет средней представлен в таблице 4

Таблица 4. Ряд распределения для расчета средней

Группа	Группы предприятий по нераспределенной прибыли, млн.руб.	Число предприятий $f$	$x_c$	$xf$	$x - \bar{x}$ = $x - 4,18$	$(x - \bar{x})^2$
I	2,0-3,0	4	$(2+3)/2=2,5$	10	-1,68	11,2896
II	3,0-4,0	5	$(3+4)/2=3,5$	17,5	-0,68	2,312
III	4,0-5,0	11	$(4+5)/2=4,5$	49,5	0,32	1,1264
IV	5,0-6,0	5	$(5+6)/2=5,5$	27,5	1,32	8,712
Итого	25	23,44				

Расчет дисперсии представлен в таблице 4. Формула расчета дисперсии:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{23,44}{25} = 0,9376 \approx 0,94$$

Б)

Рассчитаем среднеквадратичное отклонение по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}} = \sqrt{0,94} = 0,97$$

В)

млн.руб.

Коэффициент вариации:

$$v = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{0,97}{4,18} \cdot 100\% = 23,20\%$$

Г)

Вывод: т.к. коэффициент вариации меньше 33%, то совокупность однородная.

$$Д) \bar{X} = 4,18 \quad n = 25 \quad P = 0,954 = 2$$

$$\sigma = 0,94 \quad N = 250$$

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0,94}{25} \left(1 - \frac{25}{250}\right)} = \sqrt{0,0376 \cdot 0,9} = \sqrt{0,03384} \approx 0,183$$

млн. руб.

$$\Delta_x = t \mu_x = 2 \cdot 0,183 = 0,366$$

$$\bar{x} = \bar{x} \pm 0,366$$

$$\bar{x} = 4,18 \pm 0,366 \quad x \in [3,814; 4,546]$$

Вывод: с вероятностью 0,954 можно утверждать, что возможные размеры нераспределенной прибыли на предприятиях региона находятся в пределах [3,814; 4,546].

### Задание 2

По данным таблицы 1:

1) Произведите для изучения зависимости между размером нераспределенной прибыли и инвестициями в основной капитал аналитическую группировку предприятий по факторному признаку (нераспределенной прибыли), образовав 4 группы предприятий с равными интервалами (см. задание 1. п.1), рассчитав по каждой группе:

а) число предприятий;

б) размер нераспределенной прибыли – всего и в среднем на 1 предприятие;

в) размер инвестиций – всего и в среднем на 1 предприятие;

г) долю инвестиций в объеме нераспределенной прибыли.

Результаты представьте в сводной таблице. Дайте анализ показателей и сделайте выводы.

2) Измерьте тесноту связи между признаками, исчислив коэффициент детерминации и эмпирическое корреляционное отношение. Поясните их результаты.

**Решение**

1) По данным таблицы 1 образуем аналитическую группировку. Для того, чтобы произвести группировку вычислим величину группировочного интервала по формуле:

$$i = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{n}, \text{ где}$$

$X_{\max}$  и  $X_{\min}$  max и min значения нераспределенной прибыли, n – число образуемых групп.

$$i = \frac{6,0 - 2,0}{4} = 1 \text{ млн. руб.}$$

образуем группы, которые отличаются друг от друга по нераспределенной прибыли на эту величину:

I группа 2,0 – 3,0 млн. руб.

II группа 3,0 – 4,0 млн. руб.

III группа 4,0 – 5,0 млн. руб.

IV группа 5,0 – 6,0 млн. руб.

Составим рабочую таблицу 5 и произведем в ней аналитическую группировку:

Таблица 5. Аналитическая группировка

Группы	Группы предприятий по нераспределенной прибыли, млн.руб.	Номер предприятия	Нераспределенная прибыль, млн.руб.	Инвестиции в основные фонды, млн. руб.
<b>I</b>	2,0-3,0	1	2,2	0,06
		2	2,0	0,04
		6	2,3	0,12
		11	2,5	0,18
<b>Итого</b>	4	9	0,4	
<b>II</b>	3,0-4,0	7	3,6	0,20
		12	3,8	0,40
		19	3,3	0,20
		21	3,9	0,40
		25	3,4	0,30
<b>Итого</b>	5	18	1,5	
<b>III</b>	4,0-5,0	3	4,3	0,44
		4	5,0	0,60
		8	4,2	0,36
		10	4,7	0,60
		13	4,5	0,53
		14	4,8	0,65
		15	4,4	0,42
		18	4,1	0,32
		22	4,8	0,73
		23	4,5	0,62
24	4,7	0,70		
<b>Итого</b>	11	50	6	

IV	5,0-6,0	5	6,0	0,90
		9	5,8	0,80
		16	5,4	0,70
		17	5,2	0,50
		20	5,6	0,70
Итого	5	28	3,6	
Итого всего	25	105	11,5	

На основе рабочей таблицы 5 составим сводную таблицу 6:

Таблица 6. Сводная таблица с данными

Группы	Группы предприятий по нераспределенной прибыли, млн.руб.	Число предприятий	Нераспределенная прибыль, млн.руб.	Инвестиции в основные фонды, млн.руб.	
Всего по группе	В среднем на 1 предпр.				
Всего по группе	В среднем на 1 предпр. $\bar{y}$				
Группы	1	2	3	4	5 6
I	2,0-3,0	4	9	9/4=2,25	0,4 0,4/4=0,1
II	3,0-4,0	5	18	18/5=3,6	1,5 1,5/5=0,3
III	4,0-5,0	11	50	4,54	6 6/11=0,54
IV	5,0-6,0	5	28	5,6	3,6 3,6/5=0,72
Итого	25	105	4,2	11,5	0,46

Вывод: сравнивая графы 4 и 6 аналитической таблицы мы видим, что с увеличением нераспределенной прибыли растут инвестиции в основные фонды, следовательно между этими показателями имеется прямая зависимость.

$$\eta^2 = \frac{S_x^2}{\delta_y^2}$$

2)

$$S_x^2 = \frac{\sum (\bar{y}_i - \bar{y})^2 f}{\sum f}$$

Расчет межгрупповой дисперсии представлен в таблице 7:

Таблица 7. Расчет данных

Группы	Число предприятий, f	Инвестиции в основные фонды на 1 предприятие, млн.руб., $\bar{y}_i$	$\bar{y}_i - \bar{y} = \bar{y}_i - 1,66$	$(\bar{y}_i - \bar{y})^2 f$
I	4	0,1	0,1-0,46=-0,36	(-0,36)I·4=0,5184
II	5	0,3	0,3-0,46=-0,16	(-0,16)I·5=0,128
III	11	0,54	0,54-0,46=0,08	(0,08)I·11=0,0704
IV	5	0,72	0,72-0,46=0,26	(0,26)I·5=0,388
	25	1,0548		

Считаем межгрупповую дисперсию:

$$SI = 1,0548 / 25 = 0,042192$$



$$\delta_y^2 = \bar{y}^2 - (\bar{y})^2$$

$$\bar{y}^2 = \frac{\sum y^2}{n}$$

Для расчета среднего значения квадрата признака  $\bar{y}^2$  рассчитаем  $y^2$  и представим в таблице 8:

Таблица 8. Расчет среднего значения квадрата признака

Номер предприятия	Инвестиции в основные фонды, млн.руб., y	$y^2$
1	0,06	0,0036
2	0,04	0,0016
3	0,44	0,1936
4	0,60	0,36
5	0,90	0,81
6	0,12	0,0144
7	0,20	0,04
8	0,36	0,1296
9	0,80	0,64
10	0,60	0,36
11	0,18	0,0324
12	0,40	0,16
13	0,53	0,2809
14	0,65	0,4225
15	0,42	0,1764
16	0,70	0,49
17	0,50	0,25
18	0,35	0,1225
19	0,20	0,04
20	0,70	0,49
21	0,40	0,16
22	0,73	0,5329
23	0,62	0,3844
24	0,70	0,49
25	0,30	0,09
6,6748		

$$\bar{y}^2 = 6,6748 / 25 = 0,266992$$

$$\delta^2 = 0,266992 - (0,46)^2 = 0,055392$$

Расчет коэффициента детерминации:

$$\eta^2 = 0,042192 / 0,055392 = 0,762 \text{ или } 76,2\%$$

Вывод: вариация нераспределенной прибыли на 76,2% обусловлена вариацией инвестиций в основные фонды и на 23,8% вариацией прочих факторов.

Рассчитаем эмпирическое корреляционное отношение по формуле:

$$\eta = \sqrt{\frac{S_x^2}{\delta_y^2}} = \sqrt{0,094} = 0,306$$

$$\eta = 0,762 = 0,873; 0,873 > 0,7$$

Вывод: связь между нераспределенной прибылью и инвестициями в основные фонды высокая, так как эмпирическое корреляционное отношение больше 0,7.

### Задание 3

В отчетном периоде имеются данные по районам области об использовании инвестиций на капитальное строительство объектов производственного назначения:

Район	Всего использовано инвестиций,	Доля ср-в предприятий в объеме использованных
-------	--------------------------------	---

	тыс.руб.	инвестиций, %
I	3000	50
II	1400	40
III	600	15

Определите средний процент средств предприятий в объеме использованных инвестиций по 3 районам области.

*Решение*

Воспользуемся логической формулой:

*ОбъемСредствПредприятий*

ИСС= *ОбъемИнвестиций*

По формуле средняя арифметическая взвешенная:

$$\bar{x} = \frac{3000 \cdot 0,5 + 1400 \cdot 0,4 + 600 \cdot 0,15}{3000 + 1400 + 600} = \frac{2150}{5000} = 0,43 \text{ или } 43\%$$

Вывод: средний процент средств предприятий в объеме использованных инвестиций по трем районам области составляет 43%.

*Задание 4*

Динамика инвестиций в отрасли промышленности города характеризуется данными:

Год	Темпы роста к предыдущему году, %
1999	102
2000	104
2001	103
2002	106

Определите:

1. Базисные темпы роста и прироста к 1998 г.
2. Среднегодовой темп роста и прироста.
3. Спрогнозируйте базисные темпы роста инвестиций на 2003, 2004 гг. при условии сохранения среднегодового темпа роста на уровне предыдущего периода.

Сделайте выводы.

*Решение*

1)

Год	Тц, %	DTц, %	Тц, в коэф.	Тб, в коэф.	Тб, %	DTб, %
1999	102	+2	1,02	1,02	102	+2
2000	104	+4	1,04	$1,02 \cdot 1,04 = 1,0608$	106,08	+6,08
2001	103	+3	1,03	$1,0608 \cdot 1,03 = 1,09$	109	+9
2002	106	+6	1,06	1,155	115,5	15,5

Вывод: базисные темпы роста Тб в 2002 г. составили 115,5% по сравнению с 1998 г., принятым за 100%; а темпы прироста DTб +15,5.

2) Среднегодовой темп роста:

$$\bar{T} = \sqrt[n]{T_{1ц} \cdot T_{2ц} \cdot \dots \cdot T_{nц}}$$

Среднегодовой темп прироста:

$$\Delta \bar{T} = \bar{T} - 100$$

$$\bar{T} = \sqrt[4]{1,02 \cdot 1,04 \cdot 1,03 \cdot 1,06} = \sqrt[4]{1,15817144} \approx \sqrt[4]{1,16} = 1,04 \text{ или } 104\%$$

$$D\bar{T} = 104 - 100 = 4\%$$

Вывод: среднегодовой темп роста равен 1,04; среднегодовой темп прироста равен 4%.

$$3) Y_{i+1} = Y_i \cdot \bar{T}$$

$$Y_{2003} = Y_{2002} \cdot \bar{T}$$

$$Y_{2003} = 155,5 \cdot 1,04 = 120,12$$

$$Y_{2004} = 120,12 \cdot 1,04 = 124,9248$$

Вывод: базисные темпа роста инвестиций в 2003 году составят 120,12%, а в 2004 – 124,9%.

### 11.2. Методические указания по организации самостоятельной работы.

Самостоятельная работа обучающихся заключается в получении заданий (тем) у преподавателя для индивидуального освоения дисциплины. Преподаватель на занятии дает рекомендации необходимые для освоения материала.

Самостоятельная работа способствует закреплению навыков работы с учебной и научной литературой, осмыслению и закреплению теоретического материала. Самостоятельная работа выполняется во внеаудиторное (аудиторное) время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия (при частичном непосредственном участии преподавателя, оставляющем ведущую роль в контроле за работой студентов).

В процессе изучения дисциплины «Прикладные статистические методы и модели в деvelopeменте» обучающимися *основными видами самостоятельной работы* являются:

- подготовка к аудиторным занятиям (лекциям, и лабораторным занятиям) и выполнение соответствующих заданий;
- самостоятельная работа над отдельными темами учебной дисциплины в соответствии с учебно-тематическим планом;
- подготовка к коллоквиуму;
- подготовка к зачету.

### Вопросы для самостоятельного изучения

1. Первичная обработка результатов наблюдений. Расчет выборочных характеристик статистического распределения.

2. Формирование информационной базы статистического исследования. Этапы статистического наблюдения. Программно- методологические и организационные вопросы статистического наблюдения. Инструментарий наблюдения и контроль результатов наблюдения. Репрезентативность выборки. Виды выборочного наблюдения. Определение ошибки выборочной средней и частоты при разных видах выборки и способах отбора. Определение необходимой численности выборки. Малые выборки

3. Вариация признака в совокупности и значение ее изучения. Показатели размеров вариации: размах, среднее линейное отклонение, дисперсия и среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

Моменты распределения. Изучение формы распределения. Нормальное распределение. Асимметричное распределение. Кривые распределения. Критерии согласия. Вариационный ряд и группировка.

4. Алгоритм применения любого статистического критерия для обработки экспериментальных данных. Проверка статистических гипотез.

5. Корреляционная и групповая таблицы, “поле корреляции”. Измерение степени тесноты корреляционной связи в случае парной зависимости.

6. Вопрос об измерении тесноты связи между факторными и результативными признаками в случае множественной линейной регрессии. Корректировка множественного

коэффициента корреляции. Степень влияния каждого факторного признака в отдельности, включенного в модельное уравнение множественной линейной регрессии, на изменение результативного признака.

7. Сущность и назначение муниципального маркетинга. Концепции и индикаторы конкурентоспособности города. Факторы привлекательности территорий городов, муниципальных образований, округов и территорий для инвестиций. Процесс планирования и реализации территориального маркетинга. Основные отличия административного руководства и стратегического управления. Инструменты маркетинговых исследований территории: PEST-анализ, SWOT-анализ.

Выбор метода и/или методики проведения исследований в повышении инвестиционной привлекательности территории. Имидж территории. Маркетинг достопримечательностей. Маркетинг инфраструктуры и сервиса. Проблемы использования информационных технологий в современном обществе. Сущность, цели и направления информационного маркетинга в развитии территории.

**Планируемые результаты обучения для формирования компетенции и критерии их оценивания**

Дисциплина/модуль Прикладные статистические методы и модели в девелопменте

Код, направление подготовки 21.03.01 Нефтегазовое дело

Направленность (профиль) Эксплуатация и обслуживание объектов добычи нефти

Код компетенции	Код, наименование ИДК	Код и наименование результата обучения по дисциплине	Критерии оценивания результатов обучения			
			Менее 61	61-75	76-90	91-100
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 Осуществляет выбор актуальных российских и зарубежных источников, а также поиск, сбор и обработку информации, необходимой для решения поставленной задачи	Знать: российские и зарубежные источники, необходимые для решения поставленной задачи (УК-1.31)	Не знает российские и зарубежные источники, необходимые для решения поставленной задачи	Удовлетворительно знает российские и зарубежные источники, необходимые для решения поставленной задачи	Хорошо знает российские и зарубежные источники, необходимые для решения поставленной задачи	Отлично знает российские и зарубежные источники, необходимые для решения поставленной задачи
		Уметь: делать выбор актуальных российских и зарубежных источников, а также поиск, сбор и обработку информации, необходимой для решения поставленной задачи (УК-1.У1)	Не умеет делать выбор актуальных российских и зарубежных источников, а также поиск, сбор и обработку информации, необходимой для решения поставленной задачи	Частично умеет делать выбор актуальных российских и зарубежных источников, а также поиск, сбор и обработку информации, необходимой для решения поставленной задачи	Хорошо умеет делать выбор актуальных российских и зарубежных источников, а также поиск, сбор и обработку информации, необходимой для решения поставленной задачи	Без посторонней помощи умеет делать выбор актуальных российских и зарубежных источников, а также поиск, сбор и обработку информации, необходимой для решения поставленной задачи
		Владеть: методами выбора актуальных российских и зарубежных	Не владеет методами выбора актуальных российских и зарубежных	Удовлетворительно владеет методами выбора актуальных российских и	Хорошо владеет методами выбора актуальных российских и	Отлично владеет методами выбора актуальных российских и

	источников, а также поиском, сбором и обработкой информации, необходимой для решения поставленной задачи (УК-1.В1)	источников, а также поиском, сбором и обработкой информации, необходимой для решения поставленной задачи	зарубежных источников, а также поиском, сбором и обработкой информации, необходимой для решения поставленной задачи	зарубежных источников, а также поиском, сбором и обработкой информации, необходимой для решения поставленной задачи	зарубежных источников, а также поиском, сбором и обработкой информации, необходимой для решения поставленной задачи
УК-1.2 Систематизирует и критически анализирует информацию, полученную из разных источников, в соответствии с требованиями и условиями задачи	Знать: основные принципы, требования и правила систематизации и классификации информации, полученной из разных источников, а так же порядка ее анализа согласно выданного технического задания (УК-1.32)	Не знает основные принципы, требования и правила систематизации и классификации информации, полученной из разных источников, а так же порядка ее анализа согласно выданного технического задания	Демонстрирует недостаточно высокий уровень знаний основных принципов, требований и правил систематизации и классификации информации, полученной из разных источников, а так же порядка ее анализа согласно выданного технического задания	Допускает не точности в формулировках основных принципов, требований и правил систематизации и классификации информации, полученной из разных источников, а так же порядка ее анализа согласно выданного технического задания	Знает в совершенстве основные принципы, требования и правила систематизации и классификации информации, полученной из разных источников, а так же порядка ее анализа согласно выданного технического задания
	Уметь: реализовывать основные требования и правила систематизации и анализа статистической информации, полученной из разных источников в соответствии с требованиями и условиями поставленной задачи (УК-1.У2)	Не умеет реализовывать основные требования и правила систематизации и анализа статистической информации, полученной из разных источников в соответствии с требованиями и условиями поставленной задачи	Умеет реализовывать основные требования и правила систематизации и анализа статистической информации, полученной из разных источников в соответствии с требованиями и условиями поставленной задачи при помощи преподавателя	Частично умеет реализовывать основные требования и правила систематизации и анализа статистической информации, полученной из разных источников в соответствии с требованиями и условиями поставленной задачи	Уметь самостоятельно реализовывать основные требования и правила систематизации и анализа статистической информации, полученной из разных источников в соответствии с требованиями и условиями поставленной задачи

	Владеть: принципами, требованиями, инструментами систематизации, классификации, анализа информации (УК-1.В2)	Не владеет принципами, требованиями, инструментами систематизации, классификации, анализа информации	Владеет, допуская ряд ошибок в анализе информации и в интерпретации его результатов	Владеет принципами, требованиями, инструментами систематизации, классификации, анализа информации, допуская незначительные неточности в расчетах	Владеет навыками подготовки предложений согласно действующим принципам, требованиям, инструментам систематизации, классификации и анализа информации
УК-1.3 Использует методики системного подхода при решении поставленных задач	Знать: методики системного подхода при решении поставленных задач (УК-1.З3)	Не знает методики системного подхода при решении поставленных задач	Демонстрирует недостаточно высокий уровень знаний методики системного подхода при решении поставленных задач	Допускает не точности в выборе методики системного подхода при решении поставленных задач	Знает в совершенстве методики системного подхода при решении поставленных задач
	Уметь: использовать методики системного подхода при решении поставленных задач (УК-1.У3)	Не умеет использовать методики системного подхода при решении поставленных задач	Удовлетворительно умеет использовать методики системного подхода при решении поставленных задач при помощи преподавателя	Хорошо умеет использовать методики системного подхода при решении поставленных задач	Умеет использовать методики системного подхода при решении поставленных задач
	Владеть: навыками выбора методик системного подхода при решении поставленных задач (УК-1.В3)	Не владеет навыками выбора методик системного подхода при решении поставленных задач	Владеет навыками выбора методик системного подхода при решении поставленных задач, допуская грубые ошибки	Владеет навыками выбора методик системного подхода при решении поставленных задач, допуская незначительные ошибки	В совершенстве владеет навыками выбора методик системного подхода при решении поставленных задач

## КАРТА

## обеспеченности дисциплины учебной и учебно-методической литературой

Дисциплина/модуль Прикладные статистические методы и модели в девелопментеКод, направление подготовки 21.03.01 Нефтегазовое делоНаправленность (профиль) Эксплуатация и обслуживание объектов добычи нефти

№ п/п	Название учебного, учебно-методического издания, автор, издательство, вид издания, год издания	Количество экземпляров в БИК	Контингент обучающихся, использующих литературу	Обеспеченность обучающихся литературой, %	Наличие электронного варианта в ЭБС (+/-)
1	Ивашев-Мусатов, О. С. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для бакалавриата и специалиста / О. С. Ивашев-Мусатов. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 224 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-01359-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://www.biblionline.ru/bcode/444079">https://www.biblionline.ru/bcode/444079</a>	Электр. вариант	150	100	+
2	Сидняев, Н. И. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для академического бакалавриата / Н. И. Сидняев. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 219 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03544-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://www.biblionline.ru/bcode/431606">https://www.biblionline.ru/bcode/431606</a>	Электр. вариант	150	100	+
3	Берикашвили, В. Ш. Статистическая обработка данных, планирование эксперимента и случайные процессы : учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / В. Ш. Берикашвили, С. П. Оськин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 164 с. — (Бакалавр и магистр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-09216-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://www.biblionline.ru/bcode/427449">https://www.biblionline.ru/bcode/427449</a>	Электр. вариант	150	100	+



4	Иванов, Б.Н. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.Н. Иванов. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 224 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/113901">https://e.lanbook.com/book/113901</a>	Электр. вариант	150	100	+
5	Иляшенко Л.К. Основы математической статистики [Текст] : учебное пособие / Л.К. Иляшенко. — Тюмень : ТИУ, 2017. — 78 с. URL: <a href="http://elib.tyuiu.ru/wp-content/uploads/data/2017/09/08/17826.pdf">http://elib.tyuiu.ru/wp-content/uploads/data/2017/09/08/17826.pdf</a>	Электр. вариант	150	100	+
6	Мельниченко, А.С. Математическая статистика и анализ данных [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.С. Мельниченко. — Электрон. дан. — Москва : МИСИС, 2018. — 45 с. — Режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com/book/108035">https://e.lanbook.com/book/108035</a>	Электр. вариант	150	100	+
7	Яковлев, В. Б. Статистика. Расчеты в microsoft excel : учебное пособие для вузов / В. Б. Яковлев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2019. — 353 с. — (Университеты России). — ISBN 978-5-534-01672-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://www.biblio-online.ru/bcode/437852">https://www.biblio-online.ru/bcode/437852</a>	Электр. вариант	150	100	+
8	Косников, С. Н. Математические методы в экономике : учебное пособие для вузов / С. Н. Косников. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 170 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04098-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/492109">https://urait.ru/bcode/492109</a>	Электр. вариант	150	100	+
9	Божук, С. Г. Маркетинговые исследования : учебник для вузов / С. Г. Божук. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 304 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08764-2. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <a href="https://urait.ru/bcode/490827">https://urait.ru/bcode/490827</a>	Электр. вариант	150	100	+

**Дополнения и изменения  
к рабочей программе дисциплины (модуля)**

---

на 20\_ - 20\_ учебный год

С учётом развития науки, практики, технологий и социальной сферы, а также результатов мониторинга потребностей работодателей, в рабочую программу вносятся следующие дополнения (изменения):

№	Вид дополнений/изменений	Содержание дополнений/изменений, вносимых в рабочую программу

Дополнения и изменения внес:

---

— \_\_\_\_\_  
(должность, ученое звание, степень)  
Фамилия)

(подпись)

(И.О.

Дополнения (изменения) в рабочую программу рассмотрены и одобрены на заседании кафедры \_\_\_\_\_.  
(наименование кафедры)

Протокол от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г. № \_\_\_\_\_.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ И.О. Фамилия.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий выпускающей кафедрой/  
Руководитель образовательной программы \_\_\_\_\_ И.О. Фамилия.

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.